

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
135	12.03.21	Лугинский И.В.	<i>[Signature]</i>
Шифр			025-2-41-85

~1.

$$(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$$

$$f(a,b,c) = (7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$$

$$f'(a,b,c) = 2(7+a-b) + 2(2+b-c) + 2(9+c-a)$$

$$\begin{cases} 2(7+a-b) - 2(2+b-c) = 0 \quad | :2 \\ 2(7+a-b) - 2(9+c-a) = 0 \quad | :2 \\ 2(2+b-c) - 2(9+c-a) = 0 \quad | :2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7-2+a-b-b+c=0 \\ 7+a-b-9-c+a=0 \\ 2+b-c-9-c+a=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-2b+c=-5 \quad \checkmark \\ 2a-b-c=2 \quad \checkmark \\ a+b-2c=7 \quad \checkmark \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=2b-a-5 \\ 2a-b-(2b-a-5)-2=0 \\ a+b-2(2b-a-5)=7 \end{cases}$$

$$a-2b+c=-5$$

$$a-2b+c=2a-b-2$$

$$-a-b+2(2a-b-2)=-7$$

$$-a-b+4a-2b-4=-7$$

$$3a-3b=-3$$

$$a-b=-1$$

$$a=b-1$$

Если $a=b-1$; $c=b-4$, то $f(a,b,c) = (7+b-1-b)^2 + (2+b-b+4)^2 + (9+b-4-b+1)^2 =$

$$= 6^2 + 6^2 + 6^2 = 36 + 36 + 36 = 108$$

Ответ: 108.

~2. $P(x) = x^4 + x^5 - 4x^4 + x^2 - 4x + 506$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$P(x)$ и $Q(x)$ не выражены

тогда система уравнений 4-ой степени:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = -4 \\ x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 = 0 \\ x_1x_2x_3x_4 = 1 \end{cases}$$

доказ. или $P(x)$
 $P(b_1) + P(b_2) + P(b_3) + P(b_4) \geq 4.506 = 2024$, т.к. $x_1 x_2 + x_3 x_4 = 1$

Ответ: 2024

30

~3.

$$x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{13} = 0$$

$$\cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{13} = x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11$$

$$-1 \leq \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{13} \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 \leq 1$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 = 1$$

Замена $\sqrt{x^2 + 1} = t$, тогда $t^2 = x^2 + 1$

$$t^2 + 1 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 10 = -1$$

$$t^2 - 6t + 11 \geq 0$$

$$D = 36 - 44 = -8 \Rightarrow \text{перезерис любое } t$$

$$x^2 + 1 \geq 0 \Rightarrow x - \text{любое}$$

Ответ: ~~любое~~ $x = -2\sqrt{2}$

н.г. $x_1, x_2, \dots, x_n$ - натурал.

$$x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} = x_1 x_2 \dots x_n$$

$$(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$$

$$n=1: x_1^0 = x_1$$

$$n=2: x_1^0 + x_2^1 = x_1 x_2$$

$$x_1 = 0$$

$$1 + x_2 = x_1 x_2$$

$$x_1 x_2 - x_2 = 1$$

$$x_2(x_1 - 1) = 1$$

08

$$\text{упр. } x = -2\sqrt{2}: \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{13} = 1 - 6\sqrt{2} + 11 = 19 - 6\sqrt{2}$$

$$\frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{13} = 0$$

$$D = 2 + 16 = 18$$

$$x_{1,2} = \frac{-\sqrt{2} \pm 3\sqrt{2}}{2} = -2\sqrt{2}$$

$$x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2 + 1} + 11 \leq 1$$

$$t^2 - 6t + 9 \leq 0$$

$$(t-3)^2 \leq 0$$

0

$$t^2 - 6t + 10 = 1$$

$$t^2 - 6t + 9 \geq 0$$

$$t \neq 3$$

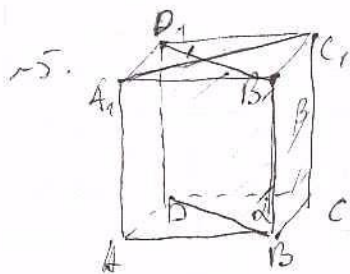
$$\sqrt{x^2 + 1} = 3$$

$$x^2 + 1 = 9$$

$$x^2 = 8, x = \pm 2\sqrt{2}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 025-2-11-85



Пусть $BD_1 \in \alpha$, тогда $\alpha \perp AC_1$. Так как $\beta \parallel CD_1$, то
 $\angle(\beta, \alpha) = \angle(BD_1, C_1D_1) = 45^\circ$ (из прямоугол. $\triangle B_1C_1D_1$).

05