

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
73	19.03.24	Енел О.М.	

1 2 3 4 5 6
2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100

М1

Т-к мисра мисра мисра и мисра мисра, R_0

$OZ \perp \alpha, \alpha \perp \alpha, T_1 = T_2 = T$

$S_0 = \pi R^2$

$S_g = S_0 - S_{\alpha} = \pi R^2 - \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \pi \left(R^2 - \left(\frac{R}{2}\right)^2\right) =$

$= \pi (R^2 - 0,5R^2) = \pi \cdot 0,5R^2 = 0,5\pi R^2$

$= 0,5\pi R^2 = 0,5\pi R^2$

Т-к мисра мисра мисра мисра, по

мисра мисра мисра мисра

мисра мисра мисра мисра

мисра мисра мисра мисра

$m = \rho V = \rho S = 0,5\pi R^2$

$S_m = \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{\pi R^2}{4}$

$m = \frac{S_0}{S_m} = \frac{\pi R^2}{\frac{\pi R^2}{4}} = 4, m_m = \frac{1}{4} m$

$T_1 = \rho \cdot 0,5\pi R^2 = \frac{\rho \cdot 0,5\pi R^2}{2} = 1,275 \rho R$

Условие равновесия для мисра:

$T_1 + T_2 + m_g + m_{g0} = 0$

Уравнение моментов относительно центра О:

$T_1 R = m_{g0} \frac{R}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow T_1 = \frac{1}{2} m_{g0} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} m_g = \frac{1}{8} m_g$

$\Rightarrow T_2 = \frac{3}{4} m_g - T_1 = \frac{3}{4} m_g - \frac{1}{8} m_g = \frac{5}{8} m_g$

Уравнение моментов относительно центра масс C для m_1

равенства:

$$m_1 g x = m_1 g \left(x + \frac{l}{2}\right) \quad m_1 x = \frac{1}{4} m_1 \left(x + \frac{l}{2}\right)$$

$$4x = x + \frac{l}{2} \quad 3x = \frac{l}{2} \quad x = \frac{l}{6}$$

Ответ: $I_1 = \frac{1}{8} mgl$ $I_2 = \frac{1}{8} mgl$ $x = \frac{l}{6}$

2

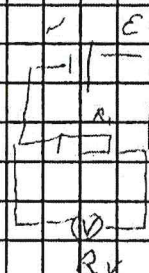
$$R_V = 10^6 \Omega$$

$$R_1 = 10^3 \Omega$$

$$R_2 = 2 \cdot 10^3 \Omega$$

$$U_1 = U_2$$

$$r = 2$$



Параллельное соединение

$$\frac{1}{R_{\text{общ}}} = \frac{1}{R_V} + \frac{1}{R_1} \quad R_{\text{общ}} = \frac{R_1 \cdot R_V}{R_1 + R_V}$$

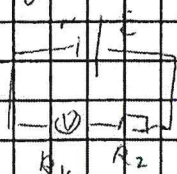
Суммарная сила:

$$I = \frac{E}{R_{\text{общ}} + r} \quad I = \frac{U_1}{R_1}$$

$$U_1 = \frac{E}{R_1} \cdot \frac{R_1 \cdot R_V}{R_1 + R_V} + r$$

$$U_1 = \frac{E R_1 (R_1 + R_V)}{R_1 R_V + r (R_1 + R_V)}$$

Последовательное соединение



$$R_{\text{общ}} = R_V + R_2$$

Суммарная сила: $I' = \frac{E}{R_{\text{общ}} + r}$

$$I' = \frac{U_2}{R_2}$$

$$U_2 = \frac{E}{R_2} \cdot \frac{R_2 \cdot R_V}{R_2 + R_V} + r$$

$$U_2 = \frac{E R_V}{R_2 + R_V + r}$$

$$U_1 = U_2 \Rightarrow \frac{E R_1 (R_1 + R_V)}{R_1 R_V + r (R_1 + R_V)} = \frac{E R_V}{R_2 + R_V + r}$$

$$(R_1^2 + R_1 R_V) (R_2 + R_V + r) = R_V (R_1 R_V + r (R_1 + R_V))$$

$$(R_1^2 + R_1 R_V) r + R_1 (R_1 + R_V) (R_2 + R_V) = R_1 R_V^2 + r (R_1 R_V + R_V^2)$$

$$r (R_V^2 + R_1 R_V - R_1^2 - R_V^2) = R_1 (R_1 R_V + R_1 R_V + R_2 R_V + R_V^2 - R_V^2)$$

$$\sim (R_1^2 - R_2^2) = R_1 (R_1 R_2 + R_1 R_V + R_2 R_V)$$

$$r = \frac{R_1 (R_1 R_2 + R_1 R_V + R_2 R_V)}{R_V^2 - R_1^2} = \frac{10^3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3 + 10^3 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^3 \cdot 10^0}{10^4 - 10^0} \approx 3 \text{ Ом}$$

Ответ: $r \approx 3 \text{ Ом}$

1.3

$$3 \text{ С7} \quad \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgh \quad v_{\text{min}} = v_x = v_0 \cos \alpha$$

$$v_0^2 = v_0^2 \cos^2 \alpha + 2gH \quad v_0^2 (1 - \cos^2 \alpha) = 2gH$$

$$L = v_x t = v_0 t \cos \alpha \quad \cos \alpha = \frac{L}{v_0 t}$$

$$v_0^2 \left(1 - \frac{L^2}{v_0^2 t^2}\right) = 2gH \quad v_0^2 - \frac{L^2}{t^2} = 2gH$$

$$v_0 = \sqrt{2gH + \frac{L^2}{t^2}} \quad v_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 9 + \frac{1^2}{1,2^2}} \approx 9,3 \text{ м/с}$$

$$x = v_{0x} t = v_0 t \cos \alpha \quad y = v_{0y} t - \frac{gt^2}{2} = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}$$

$$r = \sqrt{(L-x)^2 + (H-y)^2} \quad r^2 = L^2 - 2Lx + x^2 + H^2 - Hy + y^2$$

$$r^2 = L^2 + H^2 - 2L v_0 t \cos \alpha + v_0^2 t^2 \cos^2 \alpha - 2H (v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}) +$$

$$+ (v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2})^2$$

$$r^2 = L^2 + H^2 - 2L v_0 t \cos \alpha + v_0^2 t^2 \cos^2 \alpha - 2H v_0 t \sin \alpha + Hgt^2 + v_0^2 t^2 \sin^2 \alpha +$$

$$+ v_0 t \sin \alpha \cdot gt^2 + \frac{g^2 t^4}{4}$$

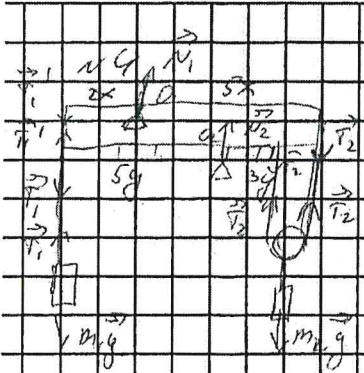
$$r^2 = L^2 + H^2 + v_0^2 t^2 + Hgt^2 + \frac{g^2 t^4}{4} + v_0 t (-2L \cos \alpha - 2H \sin \alpha + gt^2 \sin \alpha)$$

$$r^2 = r_{\text{min}}^2 = L^2 + H^2 + v_0^2 t^2 + Hgt^2 + \frac{g^2 t^4}{4}, \text{ если } -2L \cos \alpha - 2H \sin \alpha + gt^2 \sin \alpha = 0 \quad | : \cos \alpha$$

$$tg \alpha (gt^2 - 2H) \leq 2L \quad tg \alpha \leq \frac{2L}{gt^2 - 2H} \quad tg \alpha \leq \frac{2 \cdot 3}{10 \cdot 1,2^2 - 2 \cdot 4} \quad tg \alpha \leq 0,9375$$

$$\alpha \leq \arctg 0,9375 \quad \alpha \leq 43^\circ$$

$$\text{Ответ: } v_0 \approx 9,3 \text{ м/с} \quad \alpha \leq 43^\circ$$



$$m_2 g = 2 T_2 \quad T_2 = \frac{1}{2} m_2 g$$

$$m_1 g = T_1 \quad T_1 = m_1 g$$

Известен коэффициент

$$O_1: T_1 \cdot 2x = T_2 \cdot 5x$$

$$T_1 \cdot 2x = T_2 \cdot 5x \quad T_1 = \frac{5}{4} m_1 g$$

$$O_2: T_1 \cdot 5g + T_2 \cdot 3g = T_1 \cdot 5g$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4} m_1 g \cdot 5g = \frac{1}{2} m_2 g \cdot 3g = m_1 g \cdot 5g$$

$$5 m_1 = \frac{45}{4} m_2 + \frac{3}{2} m_1 = \frac{31}{4} m_2$$

$$m_1 = \frac{31}{20} m_2 = 1,55 m_2$$

$$\text{Ответ } m_1 = 1,55 m_2$$

и 5

$$h = 0,25 \quad V = Sh = 20 \cdot 10^{-4} \cdot 0,25 = 0,0005 \text{ м}^3$$

$$S = 20 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \quad Q_{\text{раб}} = \lambda m_2 = 330 \cdot 10^3 \cdot 0,15 = 49,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

$$m_2 = 0,15 \text{ кг} \quad Q_{\text{раб}} = c_p m_2 (t_2 - t_0) = c_p \rho_0 (V - V_1) (t_2 - t_0)$$

$$t_1 = -5^\circ \text{C} \quad = \frac{c_p \rho_0}{\rho_1} (V - \frac{m_1}{\rho_1}) (t_2 - t_0)$$

$$t_2 = 15^\circ \text{C} \quad Q_{\text{раб}} = 4200 \cdot 1000 (0,0005 - \frac{0,15}{500}) (15 - 0) \approx 20,79 \cdot 10^3 \text{ Дж}$$

$$m_1 = ? \quad Q_{\text{раб}} = c_p m_1 (t_2 - t_1) = 2100 \cdot 0,15 \cdot 5 = 1575 \text{ Дж}$$

$Q_{\text{раб}} + Q_{\text{раб}} > Q_{\text{раб}} \Rightarrow$ вода охл до 0°C и лед начнет растаять

$$m_1' = \rho_1 V_1' = \rho_1 V_1' \quad V_1' = \frac{\rho_1}{\rho_2} V_1'$$

$$m_2 = \rho_2 V_2 = \rho_2 (V - (V_1 - V_1') - V_1') = \rho_2 (V - V_1 + (1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}) V_1')$$

$$V_1' = \frac{m_1'}{\rho_1} \quad m_2 = \rho_2 (V - V_1 + (1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}) \frac{m_1'}{\rho_1})$$

$$m_a - \rho_B (V - V_1) = \frac{\rho_B - \rho_1}{\rho_B \rho_1} m_1' \quad m_1' = \frac{\rho_B \rho_1}{\rho_B - \rho_1} m_a - \frac{\rho_B^2 \rho_1}{\rho_B - \rho_1} (V - V_1)$$

Ур. теплового баланса:

$$Q_{\text{нагрл}} + \lambda m_1' = c_B m_B (t_2 - t_0)$$

$$Q_{\text{нагрл}} + \lambda m_1' \frac{\rho_1 \rho_B}{\rho_B - \rho_1} - \lambda \frac{\rho_1 \rho_B^2}{\rho_B - \rho_1} (V - V_1) = c_B m_B (t_2 - t_0)$$

$$m_a \left(\lambda \frac{\rho_1 \rho_B}{\rho_B - \rho_1} - c_B (t_2 - t_0) \right) = \lambda \frac{\rho_1 \rho_B^2}{\rho_B - \rho_1} (V - V_1) - Q_{\text{нагрл}}$$

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} \quad m_a = \frac{\lambda \rho_1 \rho_B^2}{\rho_B - \rho_1} \left(V - \frac{m_1}{\rho_1} \right) - Q_{\text{нагрл}}$$

$$\times \frac{\rho_1 \rho_B}{\rho_B - \rho_1} - c_B (t_2 - t_0)$$

$$m_a = \frac{330 \cdot 10^3 - \frac{900 \cdot (1103)^2}{1000 - 900} \cdot \left(0,005 - \frac{0,15}{900} \right) - 1575}{\frac{830 \cdot 10^3 \cdot \frac{900 \cdot 10^3}{1000 - 900} - 4200 (15 - 0)}$$

$$= \frac{99 \cdot 10^8 - 1575}{297 \cdot 10^8 - 63000} \approx 0,33 \text{ (кг)}$$

ответ $m_a = 0,33 \text{ кг}$

/15