

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
87	14.03.20	А.Ф.Филиппов	Сидор
Шифр			042104

1/2/3/4/5/8
17/20/20/20/10/87

N2.

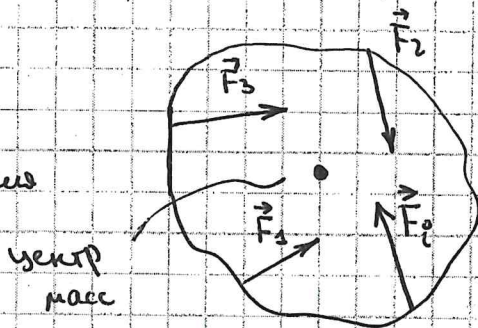
$L, m, k.$

2) $\Delta x?$

3) $a_1? a_2?$

1-е уел.
равновесия

1) Условия равновесия системы:



векторная
Если сумма всех внешних сил,
действующих на систему равна 0,
то центр масс системы покоится
(или движется равномерно прямолинейно).

$$0 = \sum_i \vec{F}_{\text{внеш},i} \Rightarrow \vec{a}_c = 0$$

$\vec{a}_c$ - ускорение
центра масс
системы
 $\sum \vec{F}_{\text{внеш},i}$ - векторная сумма всех
внешних сил, действ. на систему

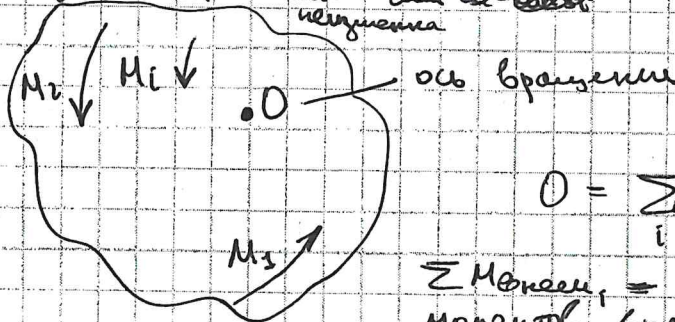
2-е условие
равновесия

Если алгебраическая сумма моментов
внешних сил, действ. на систему равна 0, то

момент импульса системы постоянен
($L_{\text{сист}} = \text{const}$)
~~система не вращается~~
или уелов. скорость сист. ~~равна нулю~~

~~угловая скорость~~
системы

$L_{\text{сист}}$ - момент имп.
сист.



$$0 = \sum_i M_{\text{внеш},i} \Rightarrow L_{\text{сист}} = \text{const}$$

$\sum M_{\text{внеш},i}$ - сумма
моментов внешних сил.

~~не уел. равновесия~~

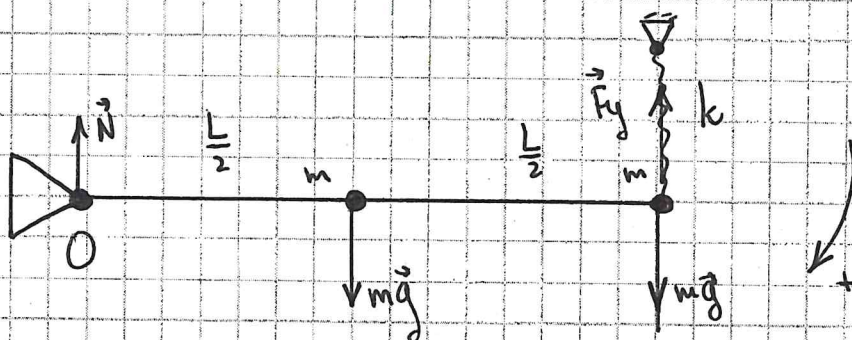
В этом случае система не вращается
около центра масс.

25

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

2)



N - сила реакции шарнира.

Т.к. ст. находится в равновесии: $\sum M_{\text{внеш.}} = 0$.

Возьмем ось вращения O :

$$M_1(mg) + M_2(mg) + M_3(\vec{F}_y) = 0. \quad 45$$

$$mg \frac{L}{2} + mgL - F_y L = 0.$$

$$F_y = \frac{3}{2} mg.$$

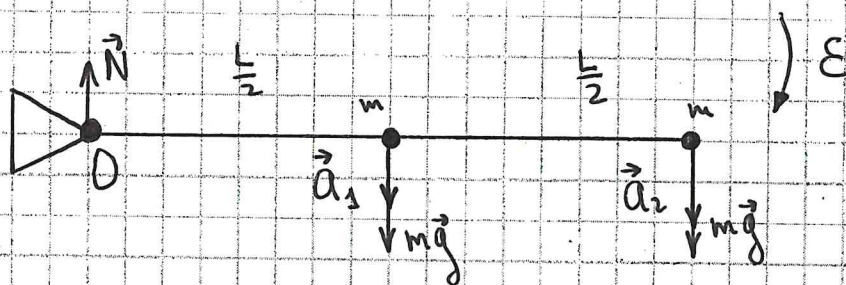
$$F_y = k \Delta x.$$

$$k \Delta x = \frac{3mg}{2} \Rightarrow$$

$$\Delta x = \frac{3mg}{2k} \quad 45$$

3)

сразу после отрыва пружины.



Заметим, что сразу после отрыва пружины шарик не успевает приобрести никакой скорости, поэтому их нормальное ускорение равно 0 ($a_n = 0$). ($a_n = \frac{v^2}{r}$, $v = 0$, r - радиус кривизны)

Их полное ускорения - тангенциальное и направлено вертикально вниз.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Запишем закон изменения момента импульса системы отн. O :

$$\Delta L_{\text{сист}} = \sum M_{\text{внеш}} \Delta t.$$

$L_{\text{сист}}$ - момент импульса системы

$$\sum M_{\text{внеш}} = mg \frac{L}{2} + mgL = \frac{3}{2} mgL.$$

Δt - малое время схода шаров по рельсу.

$$\Delta L_{\text{сист}} = m \Delta v_1 \frac{L}{2} + m \Delta v_2 L, \text{ где } \Delta v_1 \text{ и } \Delta v_2 - \text{малые изменения скоростей 1-го и 2-го шарика соотв.}$$

$$m \Delta v_1 \frac{L}{2} + m \Delta v_2 L = \frac{3}{2} mgL \Delta t.$$

$$\frac{\Delta v_1}{2} + \Delta v_2 = \frac{3}{2} g \Delta t \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{\Delta v_1}{\Delta t} + \frac{\Delta v_2}{\Delta t} = \frac{3}{2} g.$$

$\frac{\Delta v_1}{\Delta t}$ и $\frac{\Delta v_2}{\Delta t}$ - тангенциальные ускорения 1 и 2-го шариков,

поэтому:

$$\frac{1}{2} a_{\tau 1} + a_{\tau 2} = \frac{3}{2} g.$$

В то же время $a_{\tau 1}$ и $a_{\tau 2}$ - полные ускорения шариков

$$\frac{1}{2} a_1 + a_2 = \frac{3}{2} g(1)$$

Заметим, что шарики скреплены стержнем и они оба движутся по окружности около точки O , пусть угловое ускорение шариков ε .

Из связи тангенциального и углового ускорений:

$$\begin{cases} a_{\tau 1} = \varepsilon \frac{L}{2} \\ a_{\tau 2} = \varepsilon L \end{cases} \Rightarrow a_{\tau 2} = 2a_{\tau 1} \Rightarrow a_2 = 2a_1(2). \quad 25$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Подставим (2) в (1):

$$\frac{1}{2}a_1 + 2a_1 = \frac{3}{2}g \Rightarrow \frac{5}{2}a_1 = \frac{3}{2}g \Rightarrow a_1 = \frac{3}{5}g$$

$$a_2 = 2a_1 = \frac{6}{5}g$$

Ответ: 2) $\Delta x = \frac{3mg}{2k}$; $a_1 = \frac{3}{5}g$; $a_2 = \frac{6}{5}g$.

№3.

$$V_1 = 1 \text{ м}^3$$

$$p_1 = 10^5 \text{ Па}$$

$$V_2 = 2 \text{ м}^3$$

$$pV^2 = \text{const.}$$

газ гравитирующий.

2) ΔU - ?

3) A - ?

4) ΔQ - ? C - ?

1) Молярная теплоёмкость газа по опрег.:

$$C = \frac{dQ}{dT}$$

где dQ - малое кол-во теплоты подвед. к газу.

V - кол-во вещества газа.

dT - малое изменение

температуры газа при подводе тепла dQ .

2) Т.к. $pV^2 = \text{const}$ (по усм.), то:

$$p_1 V_1^2 = p_2 V_2^2 \Rightarrow p_2 = p_1 \frac{V_1^2}{V_2^2}$$

Изменение внутренней энергии газа: $\Delta U = \frac{i}{2} \Delta(pV) =$

$$= \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{i}{2} \left(p_1 \frac{V_1^2}{V_2^2} V_2 - p_1 V_1 \right) = \frac{i}{2} \left(p_1 \frac{V_1^2}{V_2} - p_1 V_1 \right) =$$

$$= \frac{i}{2} p_1 V_1 \left(\frac{V_1}{V_2} - 1 \right)$$

Т.к. газ гравитирующий: кол-во его степеней свободы $i = 5$.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Получаем:

$$\Delta U = \frac{5}{2} \left(\frac{V_1}{V_2} - 1 \right) p_1 V_1 = 10^5 \cdot 1 \cdot \frac{5}{2} \left(\frac{1}{2} - 1 \right) \Delta m = -125 \text{ кДж}$$

35

3) Малая работа газа по опрег: $dA = p dV$,
где p - давление газа в данный момент времени;
 dV - малое изменение его объёма.

Полная работа газа за процесс: $A = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$.

Т.к. $pV^2 = \text{const}$, обозначим $\alpha = \text{const} = p_1 V_1^2$.

Тогда: $p(V) = \frac{\alpha}{V^2}$.

$$\begin{aligned} A &= \int_{V_1}^{V_2} \frac{\alpha}{V^2} dV = \alpha \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V^2} dV = \alpha \int_{V_1}^{V_2} V^{-2} dV = \\ &= \alpha \left. \frac{V^{-1}}{-1} \right|_{V_1}^{V_2} = -\alpha \left. \frac{1}{V} \right|_{V_1}^{V_2} = -\frac{\alpha}{V_2} - \left(-\frac{\alpha}{V_1} \right) = \frac{\alpha}{V_1} - \frac{\alpha}{V_2} = \\ &= \alpha \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right). \end{aligned}$$

35

$$A = p_1 V_1^2 \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) = 10^5 \cdot 1 \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) \Delta m = 50 \text{ кДж}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

4) ~~Задача~~

Первое начало термодинамики для данного процесса:

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A = (-25 + 50) \text{ кДж} = -75 \text{ кДж} \quad 3 \text{ б}$$

т.е. теплота отводится от газа

Определим молярную теплоёмкость C газа в процессе.

$$C = \frac{dQ}{\nu dT}$$

Т.к. $pV^2 = \text{const} \quad \therefore \quad d(pV^2) = 0.$

$$V^2 dp + p d(V^2) = 0$$

$$dp V^2 + p 2V dV = 0 \Rightarrow \cancel{p dV} = \cancel{-2V dp}$$

$$\Rightarrow 2p dV = -V dp \quad (1)$$

Первое начало термодинамики: $dQ = dU + dA.$

$$dU = \frac{i}{2} d(pV) = \frac{i}{2} (p dV + V dp).$$

Т.к. $i = 5$ и учитывая соотнош. (1):

$$dU = \frac{5}{2} (p dV - 2p dV) = -\frac{5}{2} p dV \quad (2)$$

$$dA = p dV \quad (3)$$

уравнение Менделеева-Клапейрона: $pV = \nu RT.$

$$\nu R dT = d(pV)$$

$$\nu dT = \frac{d(pV)}{R} = \frac{p dV + V dp}{R} = \frac{p dV - 2p dV}{R} = -\frac{p dV}{R} \quad (4)$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Подставим (2), (3) и (4) в уравнение теплоёмкости:

$$C = \frac{-\frac{5}{2}pdV + pdV}{-pdV} R = \frac{-\frac{3}{2}pdV}{-pdV} R = \frac{3}{2}R.$$

Ответ: 2) $\Delta U = -125 \text{ кДж}$; 3) $A = 50 \text{ кДж}$; 4) $\Delta Q = -75 \text{ кДж}$; $C = \frac{3}{2}R$.

и 4.

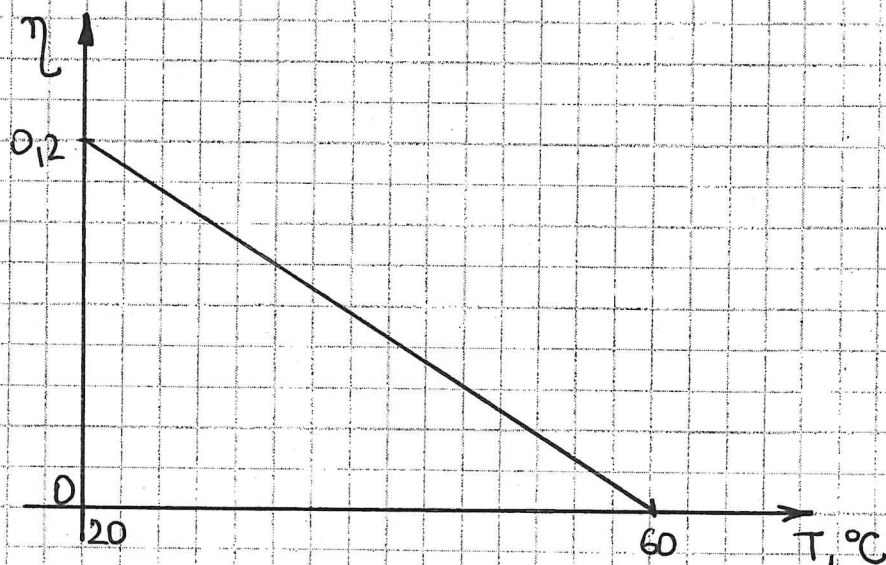
$$P_0 = 1400 \text{ Вт.}$$

$$T_{\text{окр}} = 20^\circ\text{C.}$$

$$\alpha = 42 \text{ Вт/}^\circ\text{C}$$

$$P = \alpha(T - T_{\text{окр}})$$

$P_{\text{полез}} = ?$



Установившийся режим двигателя наступает тогда, когда мощность P охлаждения двигателя ~~тепловых потерь~~ сравняется с мощностью идущей на нагрев двигателя $P_{\text{потерь}}$.

$$P_{\text{потерь}} = P = \alpha(T - T_{\text{окр}}).$$

Из закона сохранения энергии: $P_0 = P_{\text{потерь}} + P_{\text{полез}}$.

Из определения КПД двигателя: $\eta = \frac{P_{\text{полез}}}{P_0} \Rightarrow P_{\text{полез}} = \eta P_0$.

$$\text{Получаем: } P_0 = P_{\text{потерь}} + \eta P_0 \Rightarrow P_{\text{потерь}} = P_0(1 - \eta).$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$\alpha(T - T_{\text{окр}}) = P_0(1 - \eta)(1)$$

Определим зависимость $\eta(T)$:

из графика имеем две точки:

η	$T, ^\circ\text{C}$
0,2	20
0	60

Т.к. график представляет из себя прямую, то:

$\eta(T) = kT + b$, где k и b — коэффициенты прямой $\eta(T)$.

$$\begin{cases} 0,2 = k \cdot 20^\circ\text{C} + b \\ 0 = k \cdot 60^\circ\text{C} + b \end{cases}$$

$$0,2 - 0 = -40^\circ\text{C} \cdot k \rightarrow k = -\frac{0,2}{40} \frac{1}{^\circ\text{C}} = -5 \cdot 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$b = 0,2 - 20^\circ\text{C} \cdot k = 0,2 + 20^\circ\text{C} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}} = 0,3$$

Таким образом ур-е $\eta(T)$ принимает вид: $\eta(T) = kT + b$,
при $k = -5 \cdot 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}}$, $b = 0,3$.

Подставим это ур-е в ур-е (1):

$$\alpha(T - T_{\text{окр}}) = P_0(1 - \eta)$$

$$\alpha(T - T_{\text{окр}}) = P_0(1 - kT - b)$$

$$\alpha T - \alpha T_{\text{окр}} = P_0 - kP_0T - P_0b$$

$$T(\alpha + kP_0) = P_0(1 - b) + \alpha T_{\text{окр}}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$T_{уст} = \frac{P_0(1-\beta) + \alpha T_{окр}}{\alpha + k P_0}$$

Получаем установившуюся температуру, при которой работает двигатель.

~~$$P_{пол} = 0,01 \cdot 1400 \cdot 0,3 + 1400 \cdot 0,3$$~~

$$T_{уст} = \frac{1400(1-0,3) + 42 \cdot 20}{42 + (-5 \cdot 10^{-3}) \cdot 1400} \text{ } ^\circ\text{C} = 52 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Тогда полезная мощность, развиваемая двигателем:

$$P_{пол} = \eta P_0 = (k T_{уст} + \beta) P_0 = (-5 \cdot 10^{-3} \cdot 52 + 0,3) \cdot 1400 \text{ Вт} = 56 \text{ Вт}.$$

Ответ: $P_{пол} = 56 \text{ Вт}$. ✓ 10

№1.

$a, t, \varphi = 120^\circ$.

1) Ур-я кинематики движения тела с пост. ускорением:

2) S - ?

3) A - ?

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t, \text{ где } \vec{v}(t) - \text{ скорость тела в произв. момент времени.}$$

$\vec{v}_0$ - начальная скорость тела.

$\vec{a}$ - ускорение тела.

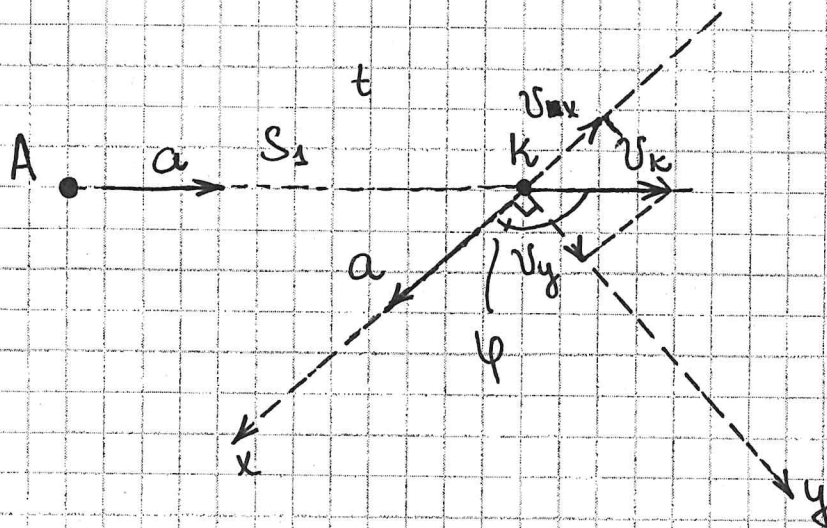
t - данный момент времени.

$$\vec{S} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$$

$\vec{S}$ - перемещение тела за промежуток времени t ; $\vec{v}_0$ - начальная скорость тела; $\vec{a}$ - ускорение тела.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

2)



От точки А до т. К кошмар движется прямолинейно с пост. ускорением a .

Расстояние, пройденное кошмаром от А до К:

$$S_1 = \frac{at^2}{2}$$

Скорость кошмара в т. К: $v_k = at$.

Введем оси x и y : ось x вдоль направления ускорения кошмара после смены направления ускорения на угол φ .

А ось y перпендикулярна ей.

v_x и v_y — проекции ~~ускорения~~ скорости v_k на Ox и Oy .

$$\text{Тогда } v_x = -v_k \cos(180 - \varphi) = +v_k \cos \varphi = at \cos \varphi = at \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{at}{2}.$$

$$v_y = v_k \sin(180 - \varphi) = v_k \sin \varphi = at \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Спустя ещё время t изменения S_x и S_y кошмара (по оси Oy кошмар движется равномерно прямолинейно, а по оси Ox равноускоренно с ускорением a).

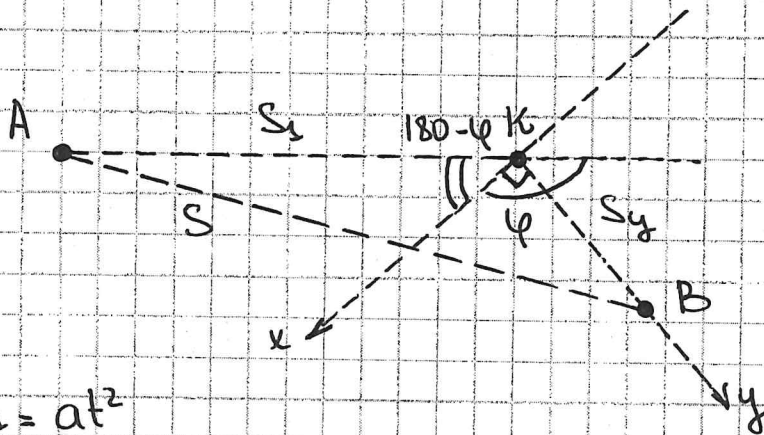
Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$S_y = v_y t = at \frac{\sqrt{3}}{2} t = at^2 \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$S_x = -\frac{at^2}{2} + \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2} - \frac{at^2}{2} = 0.$$

Получаем, что ^{еще} за время t космонавт не смещается по оси Ox , а смещается только по Oy на величину $S_y = at^2 \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Тогда картина будет выглядеть следующим образом:



$$S_x = \frac{at^2}{2}$$

$$S_y = \frac{at^2}{2} \sqrt{3}.$$

угол между S_x и S_y : $\beta = 180 - \varphi + 90 = 270 - \varphi = 150^\circ.$

По Тк косинусов для ΔAKB :

$$S^2 = S_x^2 + S_y^2 - 2S_x S_y \cos \beta.$$

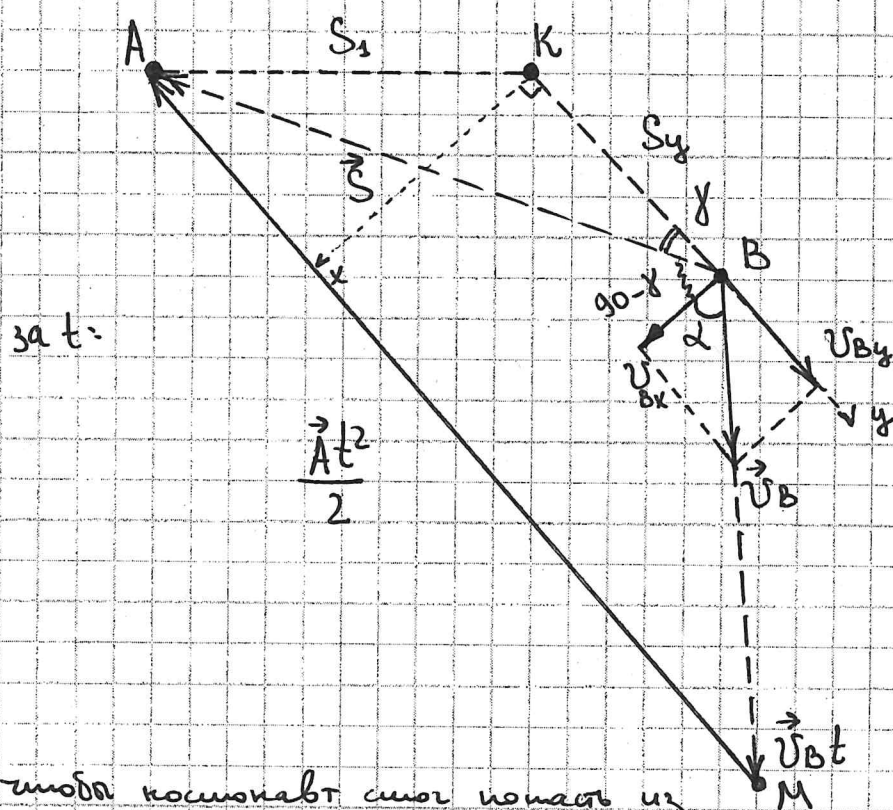
$$\begin{aligned} \cos \beta &= \cos(150^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}; & S^2 &= \frac{a^2 t^4}{4} + \frac{a^2 t^4}{4} \cdot 3 - 2 \cdot \frac{at^2}{2} \cdot \frac{at^2}{2} \sqrt{3} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \\ &= a^2 t^4 + a^2 t^4 \cdot \frac{3}{4} = \frac{7}{4} a^2 t^4. \end{aligned}$$

$$S = \frac{at^2}{2} \sqrt{7}$$

/ 125

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

3)



чтобы космонавт смог попасть из
т. В в т. А за t времени выполнялся
равенство: $\vec{S} = \vec{v}_B t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$

Векторный треугольник изображен на рисунке.

v_{Bx}, v_{By} — проекции скорости v_B на оси x и y .

При движении от т. К к т. В:

$$v_{Bx} = v_x + at \Rightarrow v_{Bx} = -\frac{at}{2} + at = \frac{at}{2}$$

$$v_{By} = v_y = at \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$v_B = \sqrt{v_{Bx}^2 + v_{By}^2} = \sqrt{\frac{a^2 t^2}{4} + a^2 t^2 \frac{3}{4}} = at$$

$$\cos \alpha = \frac{v_{Bx}}{v_B} = \frac{\frac{at}{2}}{at} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = 60^\circ} \quad \checkmark$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Найдём угол γ между S и S_y .

По Th косинусов для $\triangle AKB$:

$$S_1^2 = S^2 + S_y^2 - 2SS_y \cos \gamma.$$

$$\cos \gamma = \frac{S^2 + S_y^2 - S_1^2}{2SS_y} = \frac{\frac{a^2 t^4}{4} \cdot 7 + a^2 t^4 \cdot \frac{3}{4} - \frac{a^2 t^4}{4}}{2 \cdot \frac{at^2}{2} \sqrt{7} \cdot at^2 \frac{\sqrt{3}}{2}} =$$

$$= \frac{\frac{7}{4} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4}}{\sqrt{21}} = \frac{\frac{9}{4} \cdot 2}{\sqrt{21}} = \frac{9}{2\sqrt{21}} \quad 3$$

$$\gamma \approx 10,89^\circ.$$

Угол между $\vec{S}$ и $\vec{v}_{Bt}$: $90 - \gamma + \alpha \approx 139,11^\circ$.

По Th косинусов для $\triangle ABM$:

$$\frac{At^2}{2} = \sqrt{S^2 + (v_{Bt})^2 - 2Sv_{Bt} \cos(139,11^\circ)} = 3$$

$$= \sqrt{\frac{a^2 t^4}{4} \cdot 7 + a^2 t^4 - 2 \cdot \frac{at^2}{2} \sqrt{7} \cdot at \cdot t (-0,76)} =$$

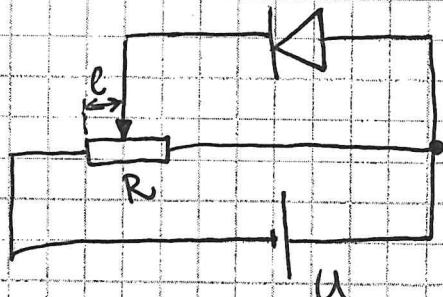
$$= \sqrt{\frac{7}{4} a^2 t^4 + a^2 t^4 + a^2 t^4 \sqrt{7} \cdot (0,76)} = at^2 \sqrt{\frac{11}{4} + 0,76\sqrt{7}}.$$

$$A = 2a \sqrt{\frac{11}{4} + 0,76\sqrt{7}} \approx 4,36a$$

Ответ: 2) $S = \frac{at^2}{2} \sqrt{7}$; 3) $A = 4,36a$.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№5.



1) 3-й Диодная - лампа:

мощность, выделяющаяся на данном элементе равна произведению напряжения на элементе и тока через него.

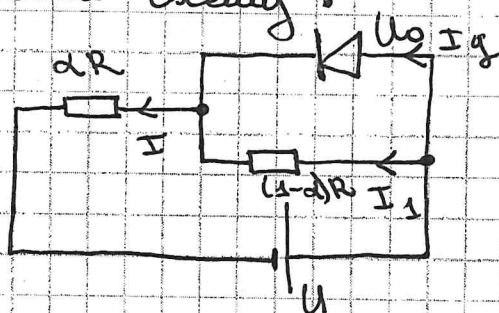
$$P = UI$$

U - напряжение на элементе

I - ток, текущий через элемент.

P - мощность, выделяющаяся на элементе

2) Представим эквивалентную схему:



$$\alpha = \frac{I}{I_0}$$

Ток, текущий через $(1-\alpha)R$: $I_1 = \frac{U_0}{(1-\alpha)R}$

Ток, текущий через резистор αR : $I = \frac{U - U_0}{\alpha R}$ 3

$$I_g = I - I_1 = \frac{U - U_0}{\alpha R} - \frac{U_0}{(1-\alpha)R}$$

Чтобы диод был открыт: $I_g > 0$:

$$\frac{U - U_0}{\alpha R} - \frac{U_0}{(1-\alpha)R} > 0$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$\frac{u-u_0}{\alpha} - \frac{u_0}{1-\alpha} > 0.$$

$$\frac{(u-u_0)(1-\alpha) - \alpha u_0}{\alpha(1-\alpha)} > 0.$$

$$\frac{u - \alpha u - u_0 + \alpha u_0 - \alpha u_0}{\alpha(1-\alpha)} > 0.$$

$$\frac{u(1-\alpha) - u_0}{\alpha(1-\alpha)} > 0 \quad | \cdot \alpha(1-\alpha), \quad \alpha(1-\alpha) > 0.$$

$$u(1-\alpha) - u_0 > 0.$$

$$u(1-\alpha) > u_0 \Rightarrow 1-\alpha > \frac{u_0}{u}.$$

$$\alpha < 1 - \frac{u_0}{u}$$

$$l_{отк} = l_0 \left(1 - \frac{u_0}{u} \right)$$

$$\frac{l}{l_0} < 1 - \frac{u_0}{u} \Rightarrow l < l_0 \left(1 - \frac{u_0}{u} \right)$$

$$3) \quad \eta = \frac{P_g}{P_0} = \frac{u_0 \left(\frac{u-u_0}{\alpha R} - \frac{u_0}{(1-\alpha)R} \right)}{u_0 \left(\frac{u-u_0}{\alpha R} - \frac{u_0}{(1-\alpha)R} \right)}$$

$$\eta = \frac{P_g}{P_0} = \frac{u_0 \left(\frac{u-u_0}{\alpha R} - \frac{u_0}{(1-\alpha)R} \right)}{u_0 \left(\frac{u-u_0}{\alpha R} - \frac{u_0}{(1-\alpha)R} \right) + \frac{u_0^2}{(1-\alpha)R} + \frac{(u-u_0)^2}{\alpha R}}$$

Ответ: $l_{отк} = l_0 \left(1 - \frac{u_0}{u} \right).$ 55