

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
94	19.03.24	Евдок Д.М.	

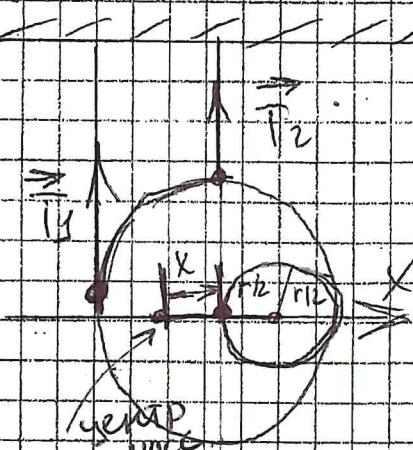
1	2	3	4	5	Σ
20	20	14	20	20	94

№1.  
Дано:  
 $r, m_1$

Решение.

$r_{\text{бюреза}} = \frac{r}{2}$

$x_1 - ?$   
 $T_1 - ?$   
 $T_2 - ?$



Найдём центр масс наймившейся фигуры:

$$x_y = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2}{m_1 + m_2}$$

Пусть  $m_1$  — масса центрального кабеля, а  $m_2$  — масса бюреза.

$$x_1 = 0, \quad x_2 = 0 \Rightarrow x_y = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{x_2 m_2}{m_1 + m_2}$$

Масса бюреза и центрального кабеля относятся как:  $\frac{m_2}{m_1} = \frac{S_2}{S_1}$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\pi \left(\frac{r}{2}\right)^2}{\pi r^2} = \frac{\pi r^2}{4 \pi r^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow m_1 = 4 m_2 \Rightarrow m_2 = \frac{m_1}{4}$$

$$x_y = \frac{-\frac{r}{2} \cdot \frac{m}{4}}{m - \frac{m}{4}} = \frac{-\frac{r \cdot m}{8}}{\frac{3m}{4}} = \frac{-\frac{r \cdot m}{8} \cdot 4}{3m} = \frac{-\frac{r \cdot m}{2}}{3m} = \frac{-r}{6}$$

Поэтому:  $x = \frac{r}{6}$  (Знак минус означает, что центр масс находится в левом от центра симметрии).

Затем составим уравнение моментов для кабеля:

$$0 = M_1(\vec{T}_1) + M_2(\vec{T}_2) \Rightarrow T_1 \cdot \left(r - \frac{r}{6}\right) = T_2 \cdot \frac{r}{6}$$

$$T_1 \cdot \frac{5}{6} r = T_2 \cdot \frac{r}{6} \Rightarrow T_2 = 5 T_1$$

Уравнение сил для кабеля:

$$0 = m_k \vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2, \quad O_y: m_k g = T_1 + T_2$$

$m_k = \frac{3}{4} m$ . (или  $m_k = m_1 - m_2$ )

$\frac{3}{4} mg = T_1 + T_2 \Rightarrow \frac{3}{4} mg = 6T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{3}{24} mg = \frac{1}{8} mg$

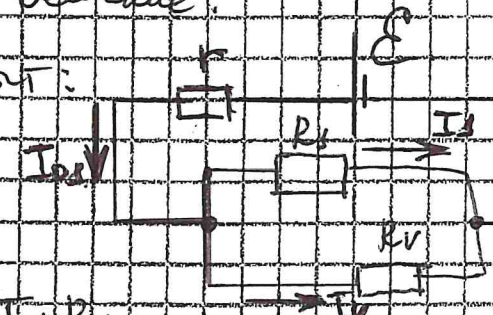
$T_2 = 5T_1 = \frac{5}{8} mg$

Ответ:  $x = \frac{r}{6}$ ,  $T_1 = \frac{1}{8} mg$ ,  $T_2 = \frac{5}{8} mg$

NR  
 Дано:  
 $R_1 = 3 \text{ кОм}$   
 $R_2 = 2 \text{ кОм}$   
 $U_1 = U_2$   
 $r = ?$

Решение:

Дополн:



$I_{01}$  - ток через  $R_1$  ветвь.

Вольтаметр подключен параллельно резистору  $R_2$  чтобы измерить напряжение на нем.

$U_1 = I_1 R_1$

Условно ток в цепи:  $I_{01} = \frac{E}{r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$

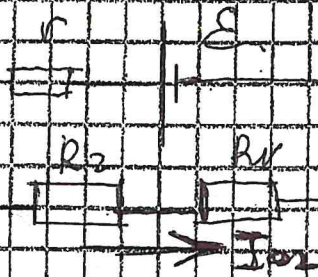
Из паралл. ветвей:  $I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow I_1 = I_2 \cdot \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow I_2 = I_1 \cdot \frac{R_1}{R_2}$

Знаем: общий ток  $I_0$  равен сумме токов  $I_1$  и  $I_2$ :

$I_{01} = I_1 + I_2$   
 $\frac{E}{r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = I_1 \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) \Rightarrow I_1 = \frac{E}{\left( r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right)}$

$U_1 = \frac{E}{\left( r + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right)} \cdot R_1$

Даны:



Во втором случае, вольтметр показывает напряжение на себе,  $I_{02}$  ток через вольтметр

$$U_2 = I_{02} \cdot R_v$$

$$I_{02} = \frac{E}{r + R_2 + R_v} \Rightarrow U_2 = \frac{E}{r + R_2 + R_v} \cdot R_v$$

$$U_1 = U_2 \Rightarrow \frac{E \cdot R_3}{(r + \frac{R_1 R_v}{R_1 + R_v}) (1 + \frac{R_1}{R_v})} = \frac{E \cdot R_v}{(r + R_2 + R_v)}$$

~~$$R_3 (r + R_2 + R_v) = R_v (1 + \frac{R_1}{R_v}) (r + \frac{R_1 R_v}{R_1 + R_v})$$

$$R_3 r + R_3 R_2 + R_3 R_v = r \cdot R_v (1 + \frac{R_1}{R_v}) + \frac{R_3 R_v}{R_1 + R_v} (r + \frac{R_1 R_v}{R_1 + R_v})$$

$$r (R_v (1 + \frac{R_1}{R_v}) - R_3) = R_3 R_2 + R_3 R_v - \frac{R_3 R_v}{R_1 + R_v} (r + \frac{R_1 R_v}{R_1 + R_v})$$

$$r = \frac{R_3 (R_2 + R_v) - R_v (1 + \frac{R_1}{R_v}) (\frac{R_3 R_v}{R_1 + R_v})}{R_v (1 + \frac{R_1}{R_v}) - R_3}$$~~

~~$$\frac{R_3}{(r + \frac{R_1 R_v}{R_1 + R_v}) (1 + \frac{R_1}{R_v})} = \frac{R_v}{(r + R_2 + R_v)}$$~~

~~$$R_3 (r + R_2 + R_v) = R_v (1 + \frac{R_1}{R_v}) (r + \frac{R_1 R_v}{R_1 + R_v})$$

$$R_3 r + R_3 R_2 + R_3 R_v = r \cdot R_v (1 + \frac{R_1}{R_v}) + R_v (1 + \frac{R_1}{R_v}) (\frac{R_3 R_v}{R_1 + R_v})$$

$$r (R_v (1 + \frac{R_1}{R_v}) - R_3) = R_3 (R_2 + R_v) - R_v (1 + \frac{R_1}{R_v}) (\frac{R_3 R_v}{R_1 + R_v})$$

$$r = \frac{R_3 (R_2 + R_v) - R_v (1 + \frac{R_1}{R_v}) (\frac{R_3 R_v}{R_1 + R_v})}{R_v (1 + \frac{R_1}{R_v}) - R_3}$$~~

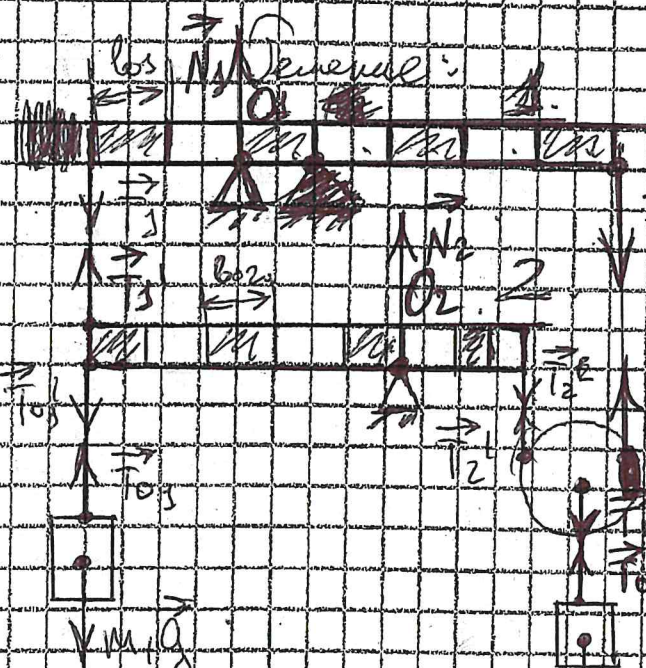
$$r = 10^3 \left( 2 \cdot 10^3 + 10^6 \right) - 10^6 \left( 1 + \frac{10^3}{10^6} \right) \left( \frac{10^3 \cdot 10^6}{10^3 + 10^6} \right) - 10^6$$

$$= 2(0 \text{ м})$$

Ответ:  $2(0 \text{ м})$  / 10

№4.

Дано:



$m_1$

$m_2 = ?$

I. Запишем уравно для груза 1-го груза  $m_1 g$

$$0 = m_1 g + T_{01} \Rightarrow 0 = m_1 g + T_{01} \Rightarrow T_{01} = m_1 g$$

Для груза 2:  $0 = m_2 g + 10_2$

$$0 = m_2 g + 10_2$$

Для блока:  $2T_2 = 10_2 \Rightarrow 2T_2 = m_2 g \Rightarrow T_2 = \frac{m_2 g}{2}$

II. Уравно моментов для блока 1:

$$0 = M_1(T_1) + M_2(T_2) \Rightarrow T_1 \cdot 2l_{01} = T_2 \cdot 5l_{02} \Rightarrow T_1 = \frac{5}{2} T_2$$

Для блока 2:  $0 = M_1(T_1) + M_2(10_1) + M_3(T_2)$

$$T_1 \cdot 5l_{02} + 3T_2 \cdot l_{02} = T_1 \cdot 5l_{02}$$

$$5T_1 + 3T_2 = 5T_1 \Rightarrow 3T_2 = 0$$



~~5m\_1g~~

$$5 \cdot \frac{5}{2} T_2 + 3 T_2 = 5 m_1 g$$

$$\frac{25}{2} T_2 + \frac{3 T_2}{1} = 5 m_1 g$$

$$\frac{31}{2} T_2 = 5 m_1 g$$

$$\frac{31}{2} \cdot \frac{m_2 g}{2} = 5 m_1 g$$

$$31 m_2 = 20 m_1 \Rightarrow m_1 = \frac{31}{20} m_2$$

Ответ:  $m_1 = \frac{31}{20} m_2$

N 5.

Дано:

Решение:

- $h = 25 \text{ см}$
- $S = 20 \text{ см}^2$
- $m = 150 \text{ г} = 0,15 \text{ кг}$
- $t_A = -5^\circ \text{C}$
- $t_B = 15^\circ \text{C}$



масса оставшаяся  
льда

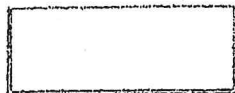
$\Delta m_{\text{л}}$  — масса растав.  
льда

$m_B = ?$

Поскольку лёд удерживается сверху сеткой, то макс. объём льда который можно в сосуде без предвария:

$$V_{\text{сосуда}} = V_{\text{расп. лёд}} + V_{\text{воды}} + V_{\text{оставшаяся лёд}}$$

$$Sh = \frac{\Delta m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}} + \frac{m_B}{\rho_{\text{в}}} + \frac{m - \Delta m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}} \quad (1)$$



Уравнение теплового баланса:  
 (воздух)  $Q_B + Q_H = 0$ .  
 (воздух) конвективный обмен с воздухом  $Q_B$ , здесь воздух нагревается, а здание охлаждается, поэтому  $Q_B$  отрицательно.

$$C_B m_B (t_{Bn} - t_B) + C_A m_A (t_{An} - t_A) + \lambda_n \Delta m_n = 0. \quad (1)$$

Получаем систему из уравн. (1) и (2):

Решим эту систему:

$$Sh = \frac{\Delta m_n}{\beta_B} + \frac{m}{\beta_A} = \frac{\Delta m_n}{\beta_A} + \frac{m_B}{\beta_B}$$

$$Sh = \frac{\Delta m_n \beta_A - \Delta m_n \beta_B}{\beta_A \beta_B} + \frac{m}{\beta_A} + \frac{m_B}{\beta_B}$$

$$\Delta m_n \left( \frac{\beta_A - \beta_B}{\beta_A \beta_B} \right) + \frac{m}{\beta_A} + \frac{m_B}{\beta_B} = Sh$$

$$\Delta m_n = \left( Sh - \frac{m}{\beta_A} - \frac{m_B}{\beta_B} \right) \frac{\beta_A \beta_B}{\beta_A - \beta_B} \quad (3)$$

Подставим ур. (3) в ур. (2):

$$C_B m_B (t_{Bn} - t_B) + C_A m_A (t_{An} - t_A) + \lambda_n \frac{\beta_A \beta_B}{\beta_A - \beta_B} \left( Sh - \frac{m}{\beta_A} - \frac{m_B}{\beta_B} \right) = 0$$

$$m_B \left( C_B (t_{Bn} - t_B) - \lambda_n \frac{\beta_A \beta_B}{\beta_B (\beta_A - \beta_B)} \right) = C_A m_A (t_A - t_{An}) - \lambda_n \frac{\beta_A \beta_B Sh}{\beta_A - \beta_B} + \frac{m \lambda_n \beta_B}{\beta_A (\beta_A - \beta_B)}$$

$$m_B = \frac{C_A m_A (t_{An} - t_A) - \lambda_n \frac{\beta_A \beta_B Sh}{\beta_A - \beta_B} + \frac{m \lambda_n \beta_B}{\beta_A (\beta_A - \beta_B)}}{C_B (t_{Bn} - t_B) - \lambda_n \frac{\beta_A \beta_B}{\beta_B (\beta_A - \beta_B)}}$$

$$m_B \approx 0,34 \text{ т} = 340 \text{ кг} = 342 \text{ т}$$

~~Объем = 340 м³~~. Объем: 342 т.



№3.

у л

мечено

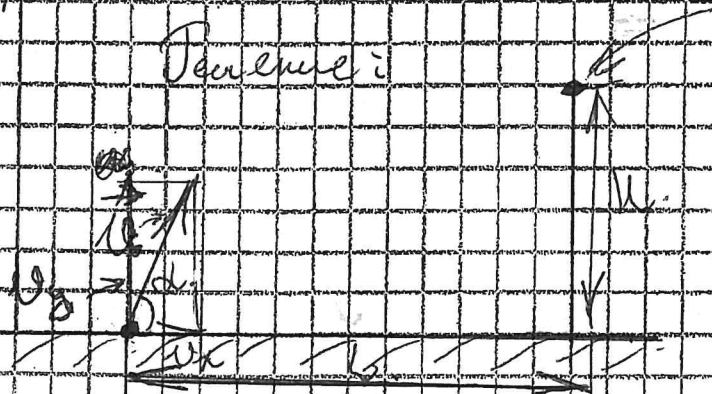
Дано:

Решение:

$h = 3 \text{ м}$

$H = 4 \text{ м}$

$t = 0,2 \text{ с}$



$v_0 = ?$

$\alpha = ?$

Угол к. немарга взрывается в сурго оупрег. моченья время t:

По системе координат удобней выбрать ось y направлена при движении по фиксированной оси.

Ие. на графике записываем немаргу по оупрег. упи и с оупрег. скоростью:

$$\begin{cases} y(t) = v_0 t \sin \alpha - \frac{g t^2}{2} \\ x(t) = v_0 t \cos \alpha \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_0 = \frac{H + g t^2}{2 \sin \alpha} \\ v_0 = \frac{h}{t \cos \alpha} \end{cases} \Rightarrow \frac{H + g t^2}{2 \sin \alpha} = \frac{h}{t \cos \alpha}$$

$$h \sin \alpha = \frac{(H + g t^2)}{2} \cos \alpha \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{H + g t^2}{2h}$$

$$\tan \alpha = \frac{H + g t^2}{2h} \Rightarrow \alpha = \arctan \left( \frac{H + g t^2}{2h} \right)$$

$\alpha \approx 75^\circ$

$v_0 = \frac{h}{t \cos \alpha} \approx 9,65 \text{ м/с}$



№3 II. Если скорость ветра  $v$  будет меньше  $U \Rightarrow$

$\Rightarrow$  можно сказать, что для того, чтобы  
ветер был в покое на линии, расстояние от  
~~ветра~~

линии меньше, если нужно загрузить по  
меньше улов, то и загрузка ветром  
со скоростью  $U \Rightarrow \alpha_0 = \alpha$ .

$$\alpha_0 = 75^\circ.$$

Ответ: 9,66 м/с,  $75^\circ$ .