

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
16		Коржиков	М
Шифр			042018

N1

$$(7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$$

$$f(a, b, c) = (7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$$

Используем метод нахождения минимума функции нескольких переменных.

$$\frac{\partial f}{\partial a} = 2(7+a-b) + 2(9+c-a) = 2(7+a-b-9-c+a) = 2(2a-b-c-2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial b} = -2(7+a-b) + 2(2+b-c) = -2(7+a-b-2-b+c) = -2(5+a-c)$$

$$\frac{\partial f}{\partial c} = -2(2+b-c) + 2(9+c-a) = -2(2+b-c-9-c+a) = -2(-7+a+b+c)$$

Приравняем каждое к нулю и решим систему.

$$2a - b - c - 2 = 0$$

$$c = 5 + a$$

$$5 + a - c = 0$$

$$2a - b - a - 5 - 2 = 0$$

$$-7 + a + b - c = 0$$

$$a - b - 7 = 0$$

$$b = a - 7$$

$$7 - a + a - 7 - a - 5 = 0$$

$$-19 + a = 0$$

$$a = 19$$

$$b = 19 - 7 = 12$$

$$c = 19 + 5 = 24$$

значения b

$$a = 19$$

$$b = 12$$

$$c = 24$$

Подставим полученные значения в исходное выражение.

$$(7+19-12)^2 + (2+12-24)^2 + (9+24-19)^2 = 14^2 + (-10)^2 + 14^2 =$$

$$= 196 + 100 + 196 = 492$$

$$\text{Ответ: } 492$$

1	2	3	4	5	Σ
3	7	3	3	0	16

Система не разрешима

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

N2

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^3 - x + 506$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

$$\begin{aligned} P(x) &= x^2 \cdot (x^4 + x^3 - 4x^2 + 1) - x + 506 = \\ &= Q(x) \cdot x^2 - x + 506 \end{aligned}$$

$$+ Q(x_1) = -x_1 + 506$$

$$+ Q(x_2) = -x_2 + 506$$

$$+ Q(x_3) = -x_3 + 506$$

$$+ Q(x_4) = -x_4 + 506$$

$$Q(x) = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 2024$$

$$\begin{aligned} x^4 + x^3 - 4x^2 + 1 &= (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4) \\ (x^2 - x x_2 - x_1 x + x_1 x_2)(x^2 - x x_4 - x x_3 + x_3 x_4) &= \\ &= x^4 - x^3 x_4 - x^3 x_3 + x^2 x_3 \cdot x_4 - x^3 x_2 + x^2 x_2 x_4 + \\ &+ x^2 x_1 x_3 - x x_1 x_3 x_4 - x^3 x_1 + x^2 x_1 x_4 + x^2 x_1 x_3 - \\ &- x x_1 x_3 x_4 + x^2 x_1 x_2 x_3 x_4 = x^4 - x^3 (x_4 + x_3 + x_2 + \\ &+ x_1) + x^2 (x_4 + x_3 + x_2 + x_1) - x x_2 x_3 x_4 + \\ &+ x^2 x_1 x_4 + x^2 x_1 x_3 - x x_1 x_3 x_4 - x x_1 x_2 x_4 - \\ &- x x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_3 x_4 = x^4 - x^3 (x_4 + x_3 + x_2 + \\ &+ x_1) + x^2 x_2 (x_4 + x_3 + x_1) - x x_3 x_4 (x_1 + x_2 (x_3 + x_4) + \\ &+ x_1 x_2 x_3 x_4 \end{aligned}$$

чтобы совпадал коэффициент: $-(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) = 1$

Значит $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2024 + 1 = 2025$.

Ответ: 2025.

*

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

3.

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

$$1 \leq x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 \leq \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} \leq 1$$

$$f(x) = x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11$$

$$\sqrt{x^2+1} = t$$

$$x^2 = t^2 - 1$$

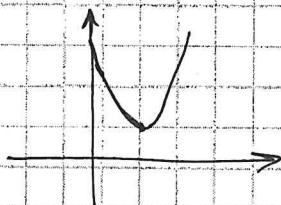
$$f(x) = t^2 - 1 - 6t + 11 = t^2 - 6t + 10$$

$$f'(x) = 2t - 6$$

$$t = 3$$



$$f(3) = 1$$



$$f(t) \geq 1 \Rightarrow x = 1$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = 0$$

$$t^2 - 1 - 6t + 11 = 0$$

$$t^2 - 6t + 10 = 0$$

$$D = 36 - 4 \cdot 10 = -4 < 0$$

$$t^2 - 6t = 9$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \pm \sqrt{8} \quad t = 3$$

$$x = \sqrt{8} \quad \cos \frac{(\sqrt{8})^2 + \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - 4}{18} = \cos \frac{8 + 4 - 4}{18} \neq 1$$

$$x = -\sqrt{8} \quad \cos \frac{(-\sqrt{8})^2 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - 4}{18} = \cos \frac{8 - 4 - 4}{18} = \cos 0 = 1$$

$$\text{Ответ: } -\sqrt{8}$$

проверка корней
ошибка равно 18

X

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

✓ч

$(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$ при условии,
что $x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} \geq x_1 x_2 \dots x_n$

Поскольку $x > 0$ запишем неравенство
через арифметическое и геометрическое
среднее.

$$\frac{x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1}}{n} \geq \sqrt[n]{x_1^{n-1} \cdot x_2^{n-1} \dots x_n^{n-1}}$$

Подставим условие $x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} \geq x_1 x_2 \dots x_n$

$$\frac{x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1}}{n} \geq \frac{x_1 x_2 \dots x_n}{n}$$

Получаем:

$$\frac{x_1 x_2 \dots x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1^{n-1} \cdot x_2^{n-1} \dots x_n^{n-1}} \geq (x_1 x_2 \dots x_n)^{\frac{n-1}{n}}$$

$$\frac{x_1 x_2 \dots x_n}{n} \geq (x_1 x_2 \dots x_n)^{\frac{n-1}{n}}$$

Пусть $A = x_1 x_2 \dots x_n$

$$\frac{A}{n} \geq A^{\frac{n-1}{n}} \quad | \cdot \frac{n}{A^{\frac{n-1}{n}}}$$

умножив на

Поскольку $A > 0$: $n \geq A^{\frac{1}{n}}$ / возведем в степень n

$$n^n \geq A$$

Рассмотрим $x = n - 1 + y$, где $(y > 0)$

Тогда $(x - (n - 1)) = y$

Подставим в нер-во : $y_1 y_2 \dots y_n \geq 1$

в которое?

Получаем : $(x_1 - (n - 1))(x_2 - (n - 1)) \dots (x_n - (n - 1)) \geq 1$

Значит $(x_1 - n + 1)(x_2 - n + 1) \dots (x_n - n + 1) \geq 1$ и.т.д.

✓