

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
12		Евсеев	Евсеев
Шифр			

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \Sigma \\ \hline 7 & 2 & -3 & - & 12 & \end{array}$$

1) $x^2 + y^2 = \frac{10}{3}xy$
 $(x+y)^2 = \frac{10}{3}xy + 2xy$ или $(x-y)^2 = \frac{10}{3}xy - 2xy$
 $(x+y)^2 = \frac{16}{3}xy$ $(x-y)^2 = \frac{4}{3}xy$

Т.к. xy - положит., то

$$x+y = \sqrt{\frac{16}{3}xy}$$

Т.к. $xy \geq 0$ и $x \geq y$, то

$$x-y = \sqrt{\frac{4}{3}xy}$$

$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{\sqrt{\frac{16}{3}xy}}{\sqrt{\frac{4}{3}xy}} = \sqrt{4} = 2$$

Ответ: 2.

2) $\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 \geq 21 \\ a \geq 1, b \geq 2, c \geq 3 \end{cases}$

Если взять мин. значения, то $1+4+9 \geq 21$

$$14 \geq 21 \text{ (неверно)}$$

нужно знать. можно изменить значения a, b, c .

~~Для того чтобы найти мин. возможные значения, нужно, чтобы значения a, b, c были как можно меньше.~~

Нужно доказать, что $a+b+c \geq 7$.

Возьмем $c=3$ - т.к. мин. зн. для $c \geq 3$, тогда

$$\begin{array}{l} \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a=2 \\ b=2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a=0 \\ b=4 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a=4 \\ b=0 \end{cases} \\ \text{(но тогда)} \quad \text{(но тогда)} \quad \text{(но тогда)} \quad \text{(но тогда)} \quad \text{(но тогда)} \\ \text{или } b \geq 2 \quad \text{или } (a \geq 1) \quad \text{или } b \geq 2 \end{array}$$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a=2 \\ b=2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a+b+c &= 7 \\ 1+3+4 &\geq 7 \\ \text{верно} \\ 1+9+16 &\geq 21 \\ \text{верно} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a+b+c &\geq 7 \\ 2+2+3 &\geq 7 \\ \text{верно} \\ 4+4+9 &\geq 21 \\ \text{(верно)} \end{aligned}$$

a, b, c могут
быть и
не целыми...
не доказано!

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Возьмем $b=2$ — мин. значение.

тогда

$$\begin{cases} a=0 \\ b=5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a=1 \\ b=4 \end{cases}$$

(не год.)

$$\begin{cases} a=1 \\ b=4 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a=4 \\ b=1 \end{cases}$$

(не год.)

$$\begin{cases} a=4 \\ b=1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a=5 \\ b=0 \end{cases}$$

(не год.)

$$\begin{cases} a=1 \\ b=4 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} a=2 \\ b=3 \end{cases}$$

$$1+16+4 \geq 21$$

верно

$$1+9+4 \geq 21$$

неверно

Возьмем $a=1$, тогда

$$\begin{cases} b=2 \\ c=4 \end{cases}$$

$$\text{или } \begin{cases} b=3 \\ c=3 \end{cases}$$

$$1+4+16 \geq 21$$

верно

$$1+9+9 \geq 21$$

неверно

Таким образом мы видим мин. знач. удовлетворяющее условию. Если брать больше, то значения $R_{\text{св}}$ будут больше.

и.т.д.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

4) $x^2 + px - \frac{1}{2p^2} = 0$

$D = p^2 + \frac{2}{p^2}$
 $D > 0$, т.к. x_1, x_2 - корни.

$p^2 + \frac{2}{p^2} > 0 \quad | p^2$

$p^4 + 2 > 0$
 $p^4 > -2$
 $p^4 > 0$

$D = 16$: ~~$x^2 + 4x - \frac{1}{2} = 0$~~

$x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2p^2}$

$x_1 + x_2 = -p$

$x_1^4 + x_2^4 \geq 2 + \sqrt{2}$, при $p \neq 0$

$(x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2 \geq 2 + \sqrt{2}$

$((x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2)^2 - 2x_1^2 x_2^2 \geq 2 + \sqrt{2}$

$(p^2 + \frac{1}{p^2})^2 - \frac{1}{2p^4} \geq 2 + \sqrt{2}$

$p^4 + 2 + \frac{1}{p^4} - \frac{1}{2p^4} \geq 2 + \sqrt{2}$

$p^4 + \frac{1}{p^4} - \frac{1}{2p^4} \geq \sqrt{2}$

$p^4 + \frac{1}{2p^4} \geq \sqrt{2}$ + *есть?*

не доказано