

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
145	20.03.25	Бесергина	
Шифр			918346

$$\begin{array}{r} 1/2/3/4/5 \\ 5 \overline{) 2700} \\ \underline{25} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

✓ 1

1) $x^2 + y^2 = \frac{5}{2}xy$ выразим отсюда $x+y$

$$x^2 + y^2 = 2,5xy \quad (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \quad x^2 + 2xy + y^2 - 2xy =$$

$$= x^2 + y^2$$

$$(x+y)^2 - 2xy = 2,5xy$$

$$(x+y)^2 = 4,5xy$$

$$x+y = \pm \sqrt{4,5xy}$$

58

2) $x^2 + y^2 = \frac{5}{2}xy$ выразим отсюда $x-y$

$$x^2 + y^2 = 2,5xy \quad (x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2 \quad x^2 - 2xy + y^2 + 2xy =$$

$$= x^2 + y^2$$

$$(x-y)^2 + 2xy = 2,5xy$$

$$(x-y)^2 = 0,5xy$$

$$x-y = \pm \sqrt{0,5xy}$$

3) Подставим полученное в означенный пример:

$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{\sqrt{4,5xy}}{\sqrt{0,5xy}} = \sqrt{\frac{4,5xy}{0,5xy}} = \sqrt{\frac{4,5}{0,5}} = \sqrt{\frac{45}{5}} = \sqrt{9} =$$

$$= \pm 3$$

Ответ: $\frac{x+y}{x-y} = \pm 3$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			918346

№ 2

Предположим, что "a" не целое число, тогда рассмотрим " $a^2 - a$ " =

$$a^2 = a \cdot a = \text{не целое число} \cdot \text{не целое число} = \boxed{\text{не целое число}}$$

20

Это можно проверить несколькими примерами:

$$0,5 \cdot 0,5 = 0,25$$

$$1,1 \cdot 1,1 = 1,21$$

$$10,1 \cdot 10,1 = 102,01$$

$\Rightarrow$ мы видим, что когда мы возводим в квадрат не целое число, то его дробная часть становится не равной дробной части изначального числа, а также оно не будет целым.

$$a^2 - a = \text{не целое число} - \text{не целое число} = 1) \text{ целое, если дробные части равны}$$

2) не целое, если дробные части не равны.

Нам подходит второй вариант, т.к. в приведённой выше проверке мы убедились, что дробная часть числа

$$a^2 \neq \text{дробной части числа } a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a^2 - a = \text{не целое число} - \text{не целое число} = \boxed{\text{не целое число}} \Rightarrow \text{Мы получили}$$

противоречие тому, что ~~"a" не целое число~~ $a^2 - a = \text{целое число}$,

тогда наше предположение неверно $\Rightarrow a$ - целое число
что.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

70

✓3

$$a_n = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4} = \frac{n^4 - 2n^3 - 2n - 1}{n^4} = \frac{n^4 - 1 + 2n^3 - 2n}{n^4} =$$

$$= \frac{(n^2-1)(n^2+1) + 2n(n^2-1)}{n^4} = \frac{(n^2-1)(n^2+2n+1)}{n^4} =$$

$$= \frac{(n-1)(n+1)(n+1)^2}{n^4} = \frac{(n-1)(n+1)^3}{n^4}$$

$$a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \dots a_{49} = \frac{(2-1)(2+1)^3(3-1)(3+1)^3 \dots (49-1)(49+1)^3}{2^4 \cdot 3^4 \dots 49^4}$$

$$\text{при } a_2 = 2-1=1 \quad 2^4 \cdot 3^4 \dots 49^4 = 49!^4$$

$$\text{при } a_3 = 3-1=2 \dots (2-1)(3-1) \dots (49-1) = 48!$$

$$(n+1)^3 \text{ при } a_2 = (2+1)^3(3+1)^3 \dots (49+1)^3 = \frac{80!^3}{8}$$

$$= \frac{48! \cdot 80!^3}{8 \cdot 49!^4} = \frac{48! \cdot 80^3}{8 \cdot 49!} = \frac{80^3}{8 \cdot 49} = \frac{6400 \cdot 10}{49} =$$

$$= \frac{64000}{49} = 81 \frac{10}{49}$$

Ответ: $81 \frac{10}{49}$

✓