

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
125	20.03.25	Леурин	
Шифр			918428

Задача 1.

$$F(a, b, c) = (10 + a - b)^2 + (2 + b - c)^2 + (3 + c - a)^2$$

$$y = \frac{\Delta F(a, b, c)}{\Delta a} = 2(10 + a - b) - 2(3 + c - a) = 2(2 + b - c) - 2(10 + a - b)$$

$$x = \frac{\Delta F(a, b, c)}{\Delta c} = -2(2 + b - c) + 2(3 + c - a)$$

$$y = 20 + 2a - 2b - 6 - 2c + 2a$$

$$x = 6 + 2c - 2a - 4 - 2b + 2c$$

$$y = 4 + 2b - 2c - 20 - 2a + 2b$$

$$\begin{cases} 14 + 4a - 2b - 2c = 0 \\ 2 + 4c - 2a - 2b = 0 \\ -16 + 4b - 2c - 2a = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 14 + 4a - 2b - 2c = 2 + 4c - 2a - 2b \\ 12 + 6a - 6c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12 = 6c - 6a \\ 28 = 6b - 6c \\ 6b - 6a = -30 \end{cases} \quad \begin{cases} 2 + 4c - 2a - 2b = -16 + 4b - 2c - 2a \\ 14 + 6c - 6b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6b = 6a - 30 \\ 28 = 6a - 30 - 6c \\ 6a = 6a - 6a \end{cases} \quad \begin{cases} -16 + 4b - 2c - 2a = 14 + 4a - 2b - 2c \\ 6b - 6a = -30 \end{cases}$$

И.г. ? Самое маленькое значение функции $F(a, b, c) = (5^2) + (5)^2 + (5)^2$

Ответ: 75

4/0

1/2/3/4/5
4/4/0/4/0

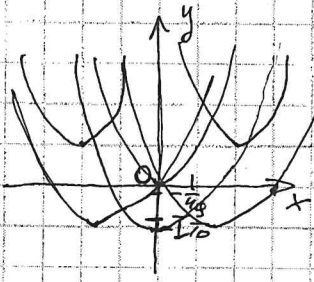
Задача 2

$$f(x) \geq -\frac{9}{10}, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 + ax + b, a, b \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Док-ть } f(x) \geq -\frac{1}{4} \forall x \in \mathbb{R}$$

Коэффициент b отвечает за пересечение параболы с осью Oy
 Коэффициент перед x^2 отвечает за широту ветвей и
 или параболы
 Коэффициент a отвечает за смещение вершины параболы



Т.к. $b \in \mathbb{Z}$, то при $b \leq -1$ найдутся
 такие промежутки, при которых функция
 будет меньше $-\frac{9}{10} \Rightarrow b \geq 0$

Если $b = 0$ один из корней равен нулю, а второй
 равен $-a$

$$x_0 = -\frac{a}{2}$$

$$f(x_0) \geq -\frac{9}{10}$$

Рассмотрим некоторое a

1) $a = 0 \Rightarrow x_0 = 0 \Rightarrow$ функция всегда больше нуля, $b \geq 0$

2) $a > 0 \Rightarrow x_0 < 0$ $f(x_0) = x_0^2 - \frac{a^2}{4}$ $f(x_0) = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} + b =$

3) $a < 0 \Rightarrow x_0 > 0$ $= + \frac{3a^2}{4} + b \Rightarrow a^2 \geq 0, b \geq 0$

$$f(x_0) = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} + b, a^2 \geq 0, b \geq 0$$

$$\Rightarrow f(x_0) \geq 0$$

x_0 — экстремум функции: минимум
 Т.к. x^2 — коэффициент при $x^2 = 1$

Следовательно, если a и $b \in \mathbb{Z}$, то дано
 по условию, то функция всегда будет больше
 нуля. $\square$

40

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Задача 4

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 50$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$$

Найти: $\sum_{i=1}^4 P(x_i)$, x_1, x_2, x_3, x_4 - корни $Q(x)$

$$Q(x) = (x^4 + 1) + x^2(x - 4)$$

$$P(x) = x^2(x^4 + 1) + x^4(x - 4) - x + 50$$

$$P(x) : Q(x) = A(x) \quad P(x) = Q(x) \cdot A(x) + R(x)$$

$$\begin{array}{r|l} P(x) & \\ \hline x^2(x^4 + 1) + x^4(x - 4) - x + 50 & (x^4 + 1) + x^2(x - 4) \\ x^2(x^4 + 1) + x^4(x - 4) & x^2 \\ \hline & -x + 50 \end{array}$$

Если x_1, x_2, x_3, x_4 - корни $Q(x)$, то $Q(x_1) = Q(x_2) = Q(x_3) = Q(x_4) = 0$

$$\sum_{i=1}^4 P(x_i) = -x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 200$$

~~Ответ: $-x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 200$~~

Ответ: $-x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 200$

40