

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
11	19.03	Коржикова Е.Е.	И

1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6
10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10

Р1. $3^{2023} - 5^{2023} + 5^{2024}$, число составное \leftarrow тогда, когда его можно разложить на целые $\neq 1$ множители.

Пусть $x = 3^{2023}$, $y = 5^{2023}$, тогда

$$x^2 - xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2 - 3xy = (x+y)^2 - 3xy =$$

$$= (x+y)^2 - \sqrt{3xy}^2 = (x+y - \sqrt{3xy})(x+y + \sqrt{3xy});$$

Вероятно износился! $(3^{2023} + 5^{2023} - \sqrt{3 \cdot 5^{2046}}) \cdot (3^{2023} + 5^{2023} + \sqrt{3 \cdot 5^{2046}})$

$$x \left(3^{2023} + 5^{2023} + \sqrt{3 \cdot 5^{2046}} \right) =$$

$$= \left(3^{2023} + 5^{2023} - \sqrt{3 \cdot 5^{2046}} \right) \left(3^{2023} + 5^{2023} + \sqrt{3 \cdot 5^{2046}} \right)$$

$3^{2023} + 5^{2023} - \sqrt{3 \cdot 5^{2046}}$ - целое число \rightarrow тогда
 $3^{2023} + 5^{2023} + \sqrt{3 \cdot 5^{2046}}$ - целое число;
 $3^{2023} - 5^{2023} + 5^{2024}$ - составное число
 ЭТО +

Р2. Пусть a и b - целые, $a, b \in (0, \frac{1}{2})$.

1) $b^2 - a^2 > b - a \Rightarrow (b-a)(b+a) - (b-a) > 0 \Rightarrow$
 $(b-a)(b+a-1) > 0$ так $b+a < 1$, т.е. $a, b < \frac{1}{2}$,
 тогда $(b+a-1) < 0$, тогда $b+a > 0$, $(b-a) < 0 \Rightarrow b < a$.

2) Пусть $a = b$, $b^2 - a^2 > b - a \Rightarrow 0 > 0$ - неверно $\Rightarrow a \neq b$;
 $b^2 - a^2 = b - a \Rightarrow (b-a)(b+a+1) = (b-a) \Rightarrow$
 $(b-a)(b^2 + ab + a^2 - 1) = 0$, $b-a \neq 0 \Rightarrow (b^2 + ab + a^2 - 1) = 0$;
 $(b^2 + ab + a^2)$ и b, a целые $\Rightarrow a, b \in (0, \frac{1}{2})$

$$f_{\text{чл}} \quad f^2 + 0b + a^2 = a^2 + b^2$$

$$f_{\text{чл}} \quad f^2 - 0b + a^2 = (a^2 + b^2) \Rightarrow f_{\text{чл}} \quad f^2 - a^2 = b^2$$

ф.чл.

ЧТО

~~X~~