

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
148	13.03.25	Лугань Н.З	Ж

Шифр 025-2-М-48

Задание 1.

$$(10+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (3+c-a)^2$$

$$(10+a-b)^2 = (10+a-b)(10+a-b) = 100 + 10a - 10b + a^2 - ab - 10b + b^2 - ab = 100 + 20a - 20b + a^2 - 2ab + b^2$$

$$(2+b-c)^2 = (2+b-c)(2+b-c) = 4 + 2b - 2c + 2b - b^2 - bc - 2c - bc + c^2 = 4 + 4b + b^2 - 4c - 2bc + c^2$$

$$(3+c-a)^2 = (3+c-a)(3+c-a) = 9 + 3c - 3a + 3c + c^2 - ca - 3a - ca + a^2 = 9 + 6c - 6a + c^2 - 2ca + a^2$$

$$(10+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (3+c-a)^2 = 100 + 20a - 20b + (a^2 - 2ab + b^2) + 4 + 4b - 4c - 2bc + c^2 + 9 + 6c - 6a + (c^2 - 2ca + a^2) = 113 + 14a - 16b - 4c + (b^2 - 2bc + c^2) + (a^2 - 2ca + a^2) = 113 + 14a - 16b - 4c + (b-c)^2 + (a-c)^2$$

$$(b-c)^2 = 0$$

$$(a-b)^2 = 0$$

$$(c-a)^2 = 0$$

Т.к. квадрат всегда неотрицателен

Ответ: 113

Задание 2.

$f(x) = x^2 + ax + b$ для которого выполняется неравенство $f(x) \geq \frac{9}{10}$ для всех $x \in \mathbb{R}$

1) 0 $x_{верш.} = -\frac{a}{2}$ подставим:

$$f\left(-\frac{a}{2}\right) \geq \left(-\frac{a}{2}\right)^2 + a \cdot \left(-\frac{a}{2}\right) + b$$

$$\frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} + b \geq -\frac{a^2}{4} + b$$

т.к. по условию $f(x) \geq \frac{9}{10}$ то выполняется.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 025-2-М-48

$$-\frac{a^2}{n} + b \geq -\frac{3}{10}$$

a и b - целые числа $\Rightarrow -\frac{a^2}{n} + b$ принимает рац. значение.

Левая часть должна быть меньше $-\frac{3}{10}$ то,

$$-\frac{a^2}{n} + b \geq -\frac{3}{10}$$

$$b \geq \frac{a^2}{n} - \frac{3}{10}$$

$$b \geq \frac{a^2}{n} - \frac{3}{10} \Rightarrow b \geq \frac{a^2}{4} - 1. \text{ так как } b - \text{целое число то } b \text{ левее.}$$

проверить перебором допустимых значений. отсюда вывод:

$$f(x) \geq -\frac{1}{n} \text{ для всех } x.$$

Задача 9.

$$a_1 = 25, a_2, a_3, \dots, a_{2025} = 625.$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2024}} + \sqrt{a_{2025}}}$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$625 = 25 + (2025-1) \cdot d$$

$$2024d = 600$$

$$d = \frac{600}{2024} = \frac{75}{253} \checkmark$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_{n+1}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_{n+1}}} \cdot \frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}} = \frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{a_{n+1} - a_n}$$

тк. $a_{n+1} - a_n = d$ то.

$$\frac{\sqrt{a_{n+1}} - \sqrt{a_n}}{d}$$

Место для
скобы

О Р М О

Открытая региональная
межвузовская олимпиада

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 025-2-М-48

$$\frac{\sqrt{a_{1025}} - \sqrt{a_1}}{d} = \frac{\sqrt{25} - \sqrt{1}}{d} = \frac{5 - 1}{d} = \frac{4}{d} = \frac{4}{15}$$

$$= \frac{1012}{15} = \frac{1012}{15}$$