

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
20		Егеменов	Егем
Шифр			

N1

1	2	3	4	5	Σ
4	5	6	4	1	20

$$\begin{aligned}
 (1 + a - b)^2 + (2 + b - c)^2 + (3 + c - a)^2 &= 1 + a^2 + b^2 - 2ab + 2a - 2b + 4 + b^2 + \\
 &+ c^2 + 4b - 4c - 2bc + 9 + c^2 + a^2 - 6a - 6c + 2ac = 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 + 2ac - 2ab - 2bc + 113 + \\
 &+ 14a - 16b - 10c = (a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac) + (a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ac) + 14a - \\
 &16b - 10c + 113 = \frac{1}{2}((a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2) + (a^2 + b^2 + c^2 + ab + bc + ac) + 14a - \\
 &16b - 10c + 113 = \frac{1}{2}((a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2) + \frac{1}{2}((a+b+c)^2 + (a+b+c)^2) + 14a - 16b - 10c + \\
 &+ 113
 \end{aligned}$$

Заметим что сумма всегда неотрицательна, поэтому мин. значение достигается когда все квадраты равны нулю +

$a = b = c$? ↗ ?

$$14a - 16a - 10a = -12a$$

$$113 = 12a$$

$$a = b = c = 0$$

Отв: 113

N2

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

$$x_0 = -\frac{a}{2} +$$

$$f(x_0) = f(-\frac{a}{2}) = (-\frac{a}{2})^2 + a(-\frac{a}{2}) + b = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} + b = -\frac{a^2}{4} + b +$$

$$f(x) \geq -\frac{a^2}{4} \leftarrow \text{почему?}$$

$$-\frac{a^2}{4} + b \geq -\frac{9}{16}$$

$$b \geq \frac{a^2}{4} - \frac{9}{16}$$

$$b \geq \frac{a^2}{4} - \frac{9}{16}$$

обоснование не достаточно
($b < 0$?)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			43285

$$\text{При } a = 0 : b \geq -\frac{9}{10}$$

$$\text{При } a = \pm 2 : b \geq \frac{1}{4} - \frac{9}{10} = -\frac{7}{20}$$

$$\text{При } a = \pm 4 : b \geq 4 - \frac{9}{10} = \frac{31}{10}$$

$$\text{При } |a| \geq 6 : b > \frac{9}{4} - \frac{9}{10} > 1$$

$b \geq 0$?

$$a = 0, \underline{b \geq -1}$$

$$a = \pm 2, b \geq 0$$

$$a = \pm 4, b \geq 3$$

$$\text{При } a = 0, b \geq -1 : f(x) = x^2 + b \geq -\frac{1}{4}$$

$$\text{При } a = \pm 2, b \geq 0 : f(x) = x^2 \pm 2x + b \geq -\frac{1}{4}$$

$$\text{При } a = \pm 4, b \geq 3 : f(x) = x^2 \pm 4x + b \geq -4 + 3 = -1 > -\frac{1}{4}$$

Далее: ~~предположим~~ и может быть меньше $-\frac{1}{4}$

N 3

$$a_{2025} = a_1 + 2024d$$

$$625 = 25 + 2024d$$

$$2024d = 600$$

$$d = 600 : 2024 = \frac{600}{2024} = \frac{150}{506} = \frac{75}{253}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}}} = \frac{\sqrt{a_{k+1}} - \sqrt{a_k}}{a_{k+1} - a_k}$$

$$a_{k+1} - a_k = d \text{ получаем: } \frac{1}{\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}}} = \frac{\sqrt{a_{k+1}} - \sqrt{a_k}}{d} +$$

$$\sum \left(\frac{1}{\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}}} \right) = \left(\frac{1}{d} \right) \cdot \sum (\sqrt{a_{k+1}} - \sqrt{a_k}) +$$

$$\left(\frac{1}{d} \right) (\sqrt{a_1} + \sqrt{a_3} - \sqrt{a_2} + \dots + \sqrt{a_{2025}} - \sqrt{a_{2024}})$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$\left(\frac{1}{d}\right)(\sqrt{a_{2025}} - \sqrt{a_1})$$

$$\left(\frac{1}{d}\right)(\sqrt{625} - \sqrt{25}) = \left(\frac{1}{d}\right)(25 - 5) = \frac{20}{d} +$$

$$d = \frac{150}{506}$$

$$\frac{20}{150} = 20 \cdot \frac{506}{150} \cdot \frac{2024}{15} = 134 \frac{14}{15}$$

полученно неверно

$$Ans: 134 \frac{14}{15}$$

N 4

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1 +$$

$$x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_1 x_4 + x_2 x_3 + x_2 x_4 + x_3 x_4 = 4$$

почему?
не обосновано...

$$x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + x_1 x_3 x_4 + x_2 x_3 x_4 = 0$$

$$x_1 x_2 x_3 x_4 = 1$$

+

$$p(x_1) + p(x_2) + p(x_3) + p(x_4) \text{ где } p(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 50$$

$$x_i^4 = x_i \cdot x_i^3 = x_i(-x_i^3 - 4x_i^2 - 1) = -x_i^4 - x_i^3 - x_i$$

$$p(x_i) = (x_i^5 - 4x_i^4 - x_i^2) + x_i^5 - 4x_i^4 + x_i^2 - x_i + 50 = -8x_i^4 - x_i + 50 = -8(-x_i^3 - x_i^4 - 1) - x_i + 50 = 8x_i^3 + 32x_i^2 + 58 - x_i$$

$$\sum p(x_i) = 8 \sum x_i^3 + 32 \sum x_i^2 + (-1) \sum x_i + 58 \cdot 4$$

$$\sum x_i^2 = (\sum x_i)^2 - 2 \sum (x_i x_j) = (-1)^2 - 2 \cdot 4 = 1 - 8 = -7$$

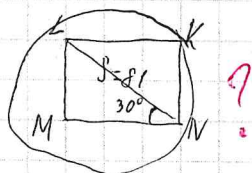
$$\sum x_i^3 = -3 \sum (x_i x_j x_k) + \sum x_i \cdot (\sum x_j^2) = -3(-1) + (-1)(-7) = 3 + 7 = 10$$

$$\sum p(x_i) = 8 \cdot 10 + 32(-7) - (-1) + 232 = 80 - 224 + 1 + 232 = 99$$

$$Ans: 99$$

полученно неверно

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			



по условию, M лежит на окружности

Дано: $\angle L M N = 30^\circ$

$$S = MNLK = 81$$

L - точка пересечения диагоналей

Решение:

MNLK - вписанный четырехугольник

$\angle L M N = \angle L K N = 30^\circ$ как вписанные углы

$\angle M L N = \angle M K N$ как вертикальные

$$S = \frac{1}{2} \cdot (MN \cdot MK) \cdot \sin(\angle N M K)$$

$$81 = \frac{1}{2} \cdot (MN \cdot MK) \cdot \sin(2 \angle L M N)$$

$$81 = \frac{1}{2} \cdot (MN \cdot MK) \cdot \sin 60^\circ$$

$$81 = \frac{1}{2} (MN \cdot MK) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$MN \cdot MK = \frac{162}{\sqrt{3}} = 54\sqrt{3}$$

По То секция

$$MN \cdot MK = ML^2$$

$$54\sqrt{3} = ML^2$$

$$ML = 3\sqrt{18}$$

В $\triangle MLN$

$$\angle L M N = 30^\circ$$



Открытая региональная
межвузовская олимпиада

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$ML = 3\sqrt{18}$$

$\angle MNL = 90^\circ$ как вписанный угол
по Т теореме

$$\frac{MN}{\sin(\angle MLN)} = 2R$$

$$MN = 2 \cdot ML \cdot \sin 30^\circ$$

$$MN = 2 \cdot 3\sqrt{18} \cdot \frac{1}{2}$$

$$MN = 3\sqrt{18}$$

$$MK = 3\sqrt{18}$$

$$MN + MK = 3\sqrt{18} + 3\sqrt{18} = 6\sqrt{18} = 18\sqrt{2}$$

$$\text{Ответ: } 18\sqrt{2}$$