

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
21	14-03	Хмелев	

Шифр

042201

1	2	3	4	5	Σ
7	0	7	7	0	215

Kenn

$\sqrt{2}$

При минимальных значениях чисел a, b, c
 a минимально
по условию $\left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{array} \right.$

$a^2 + b^2 + c^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 = 14$, что не удовлетворяет условию нашего неравенства $a^2 + b^2 + c^2 \geq 21$.

При увеличении одного из чисел на 1 получаем:

• $a=2$ $b=2$ $c=3$
 $a^2+b^2+c^2=2^2+2^2+3^2=17$

• $a=1$ $b=3$ $c=3$
 $a^2+b^2+c^2 = 1^2+3^2+3^2 = 19$

- $a=1$ $b=2$ $c=4$
 $a^2+b^2+c^2 = 1^2+2^2+4^2 = 21$ - удовлетворяет и является
 "наименьшей" границей значения

~~SECRET~~

при таких значениях $a=1$ $b=2$ $c=4$

$a+b+c = 1+2+4 = 7$, что и требовалось доказать.
 дальше a - числа будут ~~увеличиваться~~ ~~и~~ увеличиваться
 только b больше, чтобы первое неравенство было верно
 a не как мы только это увидимся при выполнении
 условий первого неравенства второе неравенство
 выполняется автоматически



N 1

$$x^2 + y^2 = \frac{10}{3} xy$$

$$\frac{x+y}{x-y} = ?$$

$x^2 + y^2 = \frac{10}{3}xy$ умножим уравнение на 3, чтобы избавиться от дроби

$3x^2 + 3y^2 = 10xy$ переносим все в одну сторону

$$3x^2 + 3y^2 - 10xy = 0 \quad \text{группируем}$$

$(3x - y)(x - 3y) = 0$ получается уравнение, которое легко можно решить

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$\begin{aligned} 3x - y &= 0 \quad \text{или} \quad x - 3y = 0 \\ 3x &= y \quad \text{или} \quad x = 3y \\ x &= \frac{y}{3} \quad \text{или} \quad x = 3y \end{aligned}$$

в условии сказано, что $x > y \Rightarrow$

ответ ~~$x = \frac{y}{3}$~~ не удовлетворяет условию

$\Rightarrow$ нам ответ $x = 3y$

подставим в выражение, значение которого нам нужно

$$\frac{x+y}{x-y} = \frac{3y+y}{3y-y} = \frac{4y}{2y} = \underline{\underline{2}}$$

75

$$a_n = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4} \quad a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \dots \cdot a_{99} = ?$$

$$\begin{aligned} a_n &= 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4} = \frac{n^4 + 2n^3 - 2n - 1}{n^4} = \frac{(n^4 - 1) + (2n^3 - 2n)}{n^4} = \\ &= \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 1) + 2n(n^2 - 1)}{n^4} = \frac{(n^2 - 1)(n^2 + 1 + 2n)}{n^4} = \frac{(n^2 - 1)(n + 1)^2}{n^4} = \\ &= \frac{(n - 1)(n + 1)(n + 1)^2}{n^4} = \frac{(n - 1)(n + 1)^3}{n^4} \end{aligned}$$

$$a_2 = \frac{1 \cdot 3^3}{2^4} \quad a_3 = \frac{2 \cdot 4^3}{3^4} \quad a_4 = \frac{3 \cdot 5^3}{4^4} \quad a_5 = \frac{4 \cdot 6^3}{5^4} \quad \dots$$

$$\begin{aligned} a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \dots \cdot a_{99} &= \frac{1 \cdot 3^3}{2^4} \cdot \frac{2 \cdot 4^3}{3^4} \cdot \frac{3 \cdot 5^3}{4^4} \cdot \frac{4 \cdot 6^3}{5^4} \cdot \dots \\ &= \frac{1}{2^3} \cdot \frac{100}{99} = \frac{1000000}{8 \cdot 99} \end{aligned}$$

сокращаем

и ответ:

$$\frac{125000}{99}$$

75

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$x^2 + px - \frac{1}{2p^2}$$

найдем корни

$$x^2 + px - \frac{1}{2p^2} = 0$$

по Т. Виета

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{2p^2} \end{cases}$$

После преобразований $x_1^4 + x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 - 2x_1^2 x_2^2 =$
 $= ((x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2)^2 - 2(x_1 x_2)^2$ ✓

Применим неравенство

$$\left((-p)^2 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{2p^2}\right)\right)^2 - 2\left(-\frac{1}{2p^2}\right)^2 = \left(p^2 + \frac{1}{p^2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{4p^4} =$$

$$= p^4 + 2p^2 \cdot \frac{1}{p^2} + \frac{2}{p^4} - \frac{1}{2p^4} = p^4 + 2 + \frac{1}{2p^4}$$
 ✓

$$p^4 + \frac{1}{2p^4} + 2 \geq 2 + \sqrt{2} \quad (\sqrt{2}p^4 - 1)^2 \geq 0$$
 ✓

$$p^4 + \frac{1}{2p^4} - \sqrt{2} \geq 0$$

$$\frac{2p^8 - 2\sqrt{2}p^4 + 1}{2p^4} \geq 0$$

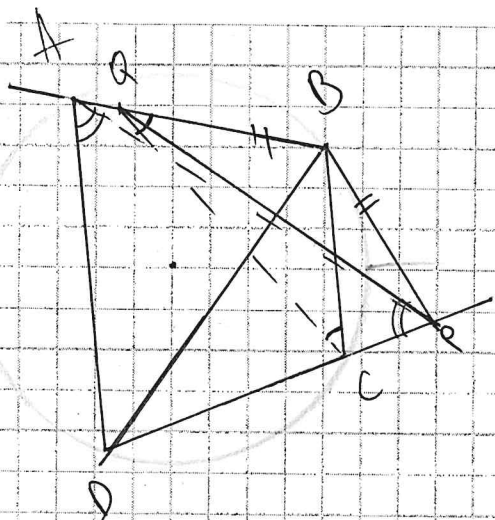
при любых $p \neq 0$
 это неравенство
 обращается в
 верное

~~1/5~~

✓ 75

$$x_1^4 + x_2^4 \geq 2 + \sqrt{2} \quad ? \quad \text{доказать}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			



(1/5)

$\triangle ADP - \text{н/с с осн } AP \Rightarrow \angle DAP = \angle DPA$
 $\triangle QBC - \text{н/с с осн } QC \Rightarrow \angle BQC = \angle BCQ$

?
05