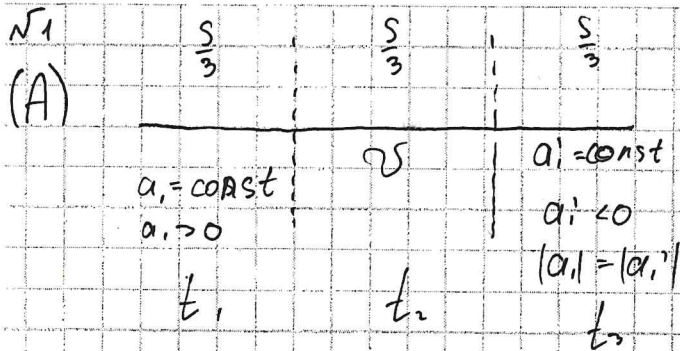


Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
685		Червишнев АС	Иер
Шифр			920091



Во время разгона:

$$v = a_1 t_1$$

т.к. за t_1 и за t_3
пройдем одинаковое
расстояние $\frac{S}{3}$

~~и~~ и променяв
времена взаимнообратны
(легко видеть А разгоняется до
скорости v при пути $\frac{S}{3}$ и
аналогично замедляется
при пути $\frac{S}{3}$)

Тогда

$$\begin{cases} \frac{S}{3} = v t_3 - \frac{a_1 t_3^2}{2} \\ t_1 = t_3 \\ v = a_1 t_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{S}{3} = a_1 t_1^2 - \frac{a_1 t_1^2}{2}$$

$$\frac{S}{3} = \frac{a_1 t_1^2}{2}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2S}{3a_1}}$$

$$\textcircled{1} t_2 = \frac{S}{3v}$$

$$\Rightarrow T_{\text{н}} = t_1 + t_2 + t_3 = 2t_1 + t_2 = 2\sqrt{\frac{2S}{3a_1}} + \frac{S}{3v}$$

x, y, z



$$x = \frac{a_1 \tau^2}{2}$$

$$y = v\tau$$

$$z = v\tau - \frac{a_1 \tau^2}{2}$$

$$T_2 = 3\tau$$

$$x + y + z = S$$

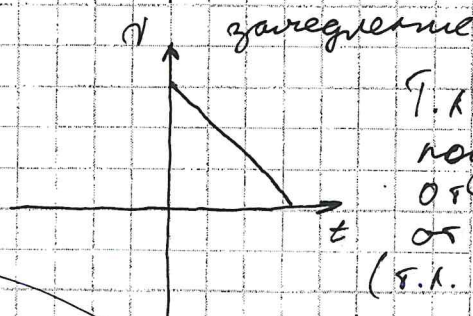
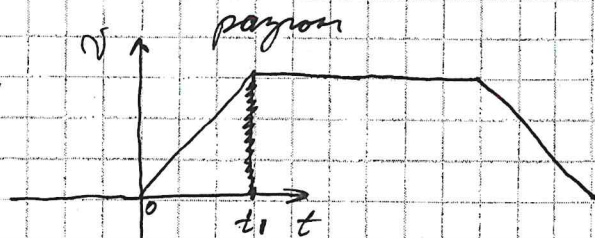
$$\textcircled{1} \frac{S}{3} = \frac{a_1 t_1^2}{2}$$

$$\textcircled{4} \frac{S}{3} = v t_2$$

$$\textcircled{2} v = a_1 t_1$$

$$\textcircled{3} \frac{S}{3} = v t_3 + \frac{a_1 t_3^2}{2}$$

$$\textcircled{3} \Leftrightarrow \frac{S}{3} = v t_3 - \frac{a_1 t_3^2}{2}$$



т.к. площадь
под графиком
от 0 до t_1 и
от 0 до t_3
(т.к. $S_1 = S_3 = \frac{S}{3}$)

$$\Rightarrow \frac{v t_1}{2} = \frac{v t_3}{2}$$

$$\Rightarrow [t_1 = t_3]$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

820091

№1 (продолжение)

$$x + y + z = S$$

$$\frac{a_1 t_1^2}{2} + vt_1 + vt_1 - \frac{a_1 t_1^2}{2} = S$$

$$2vt_1 = S$$

$$t_1 = \frac{S}{2v} \Rightarrow T_1 = \frac{3S}{2v}$$

$$\Delta t = T_2 - T_1 = \frac{3S}{2v} - \frac{S}{3v} - 2\sqrt{\frac{2S}{3a_1}} = \frac{7S}{6v} - 2\sqrt{\frac{2S}{3a_1}}$$

Предположим, что Борис пришел позже Антона, тогда

$$T_2 > T_1 \Rightarrow T_2 - T_1 > 0$$

$$\frac{7S}{6v} - 2\sqrt{\frac{2S}{3a_1}} > 0$$

$$\frac{7S}{6v} > 2\sqrt{\frac{2S}{3a_1}}$$

$$\textcircled{1} \frac{S}{3} = \frac{a_1 t_1^2}{2}$$

$$\Rightarrow S > \frac{96}{49} a_1 t_1^2 / : 3$$

$$\frac{S}{3} > \frac{96}{147} a_1 t_1^2$$

$$\frac{a_1 t_1^2}{2} > \frac{96}{147} a_1 t_1^2 / : a_1 t_1^2$$

$$\frac{1}{2} > \frac{96}{147}$$

(неверно)

$$\Rightarrow T_2 < T_1$$

$\Rightarrow$ Борис пришел раньше Антона

Ответ: Борис придет первым

$\Delta t = ?$

1.6

$$\frac{49S^2}{36v^2} > \frac{8S}{3a_1} / : \frac{S}{a_1}$$

$$\frac{49S}{36(a_1 t_1^2)} > \frac{8}{3} \quad (v = a_1 t_1)$$

$$\frac{49S}{36a_1 t_1^2} > \frac{8}{3}$$

$$\frac{49S - \frac{8}{3} \cdot 36a_1 t_1^2}{36a_1 t_1^2} > 0$$

$$36a_1 t_1^2 > 0 \Rightarrow$$

$$49S - \frac{8}{3} \cdot 36a_1 t_1^2 > 0$$

$$49S - 96a_1 t_1^2 > 0$$

$$S > \frac{96}{49} a_1 t_1^2$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

53

Проанализирует график $P(T)$ и перестроит его в график $P(V)$.

1-2: изохорное нагревание, т.к. $P \sim T \Rightarrow P = \alpha T$

По ур-ю Менделеева-Клапейрона: $PV = \nu RT$

$$\downarrow TV = \nu RT$$

$$\downarrow V = \nu R = \text{const}$$

$$\Rightarrow V = \text{const}$$

2-3: изотермическое сжатие

3-4: изохорное охлаждение (аналогично 1-2)

4-1: изотермическое расширение

На графике обозначены условные единицы (2 клетки на графике)

Пусть 1 усл. ед. = P_0 (на оси P) и 1 усл. ед. = T_0 (на оси T)

Тогда $P_1 = 3P_0$; $P_2 = 9P_0$; $P_3 = 3P_0$; $P_4 = P_0$

$T_1 = 2T_0$; $T_2 = 6T_0$; $T_3 = 6T_0$; $T_4 = 2T_0$

Учитывая вышесказанное перестроит график в $P(V)$

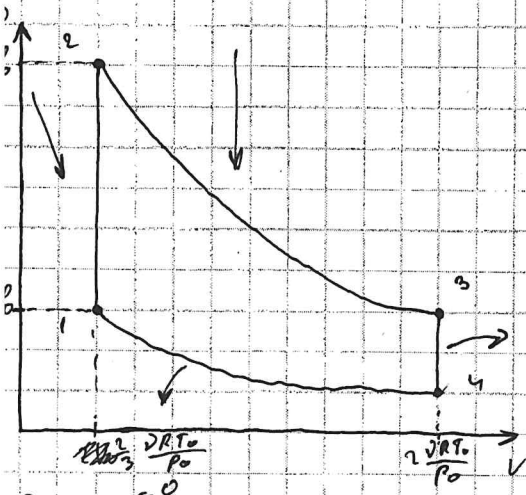
$$Q = A + \Delta U$$

1-2: $A = 0$ ($V = \text{const}$), $\Delta U > 0 \Rightarrow Q_1 > 0$

2-3: $\Delta U = 0$ ($T = \text{const}$), $A > 0 \Rightarrow Q_2 > 0$

3-4: $A = 0$ ($V = \text{const}$), $\Delta U < 0 \Rightarrow Q_3 < 0$

4-1: $\Delta U = 0$ ($T = \text{const}$), $A < 0 \Rightarrow Q_4 < 0$



$$Q_1 = A_{12}^0 + \Delta U_{12}^0 = \Delta U_{12}^0; \quad Q_2 = A_{23}^0 + \Delta U_{23}^0 = A_{23}^0$$

$$Q_3 = A_{34}^0 + \Delta U_{34}^0 = \Delta U_{34}^0; \quad Q_4 = A_{41}^0 + \Delta U_{41}^0 = A_{41}^0$$

По ур-ю Менделеева-Клапейрона:

$$① 3P_0 V_1 = \nu R \cdot 2T_0 \Rightarrow V_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{\nu R T_0}{P_0}; \quad ③ 3P_0 V_3 = \nu R \cdot 6T_0 \Rightarrow V_3 = 2 \cdot \frac{\nu R T_0}{P_0}$$

$$② 9P_0 V_2 = \nu R \cdot 6T_0 \Rightarrow V_2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{\nu R T_0}{P_0}; \quad ④ P_0 V_4 = \nu R \cdot 2T_0 \Rightarrow V_4 = 2 \cdot \frac{\nu R T_0}{P_0}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

5.3 (продолжение)

$$\eta = \frac{Q_H - |Q_X|}{Q_H}, \quad Q_H = Q_1 + Q_2, \quad \text{газ одноатомный} \Rightarrow i=3$$

$$|Q_X| = |Q_3| + |Q_4| \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$$

$$Q_1 = \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (6T_0 - 2T_0) = 6 \nu R T_0$$

$$|Q_3| = |\Delta U_{34}| = \left| \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{34} \right| = \left| \frac{3}{2} \nu R (T_4 - T_3) \right| = \left| \frac{3}{2} \nu R (2T_0 - 6T_0) \right| = 6 \nu R T_0$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P(V) dV \Rightarrow P_H \quad \text{для 2-3:}$$

$$P \cdot V = \nu R \cdot 6T_0$$

$$\Rightarrow P(V) = \frac{6 \nu R T_0}{V} \rightarrow \ln(V) = \ln V, \text{ т.к. } V > 0$$

$$A_{23} = \int_{\frac{2}{3} \frac{\nu R T_0}{P_0}}^{\frac{2}{3} \frac{\nu R T_0}{P_0}} \frac{6 \nu R T_0}{V} dV = 6 \nu R T_0 \cdot \ln(V) \Big|_{\frac{2}{3} \frac{\nu R T_0}{P_0}}^{\frac{2}{3} \frac{\nu R T_0}{P_0}} = 6 \nu R T_0 \cdot \left(\ln \frac{2 \nu R T_0}{P_0} - \ln \frac{2}{3} \frac{\nu R T_0}{P_0} \right) =$$

$$= 6 \nu R T_0 \cdot \ln 3$$

$$\text{для 4-1: } P V = \nu R \cdot 2T_0 \Rightarrow P(V) = \frac{2 \nu R T_0}{V}$$

$$|A_{41}| = \int_{\frac{2}{3} \frac{\nu R T_0}{P_0}}^{\frac{2}{3} \frac{\nu R T_0}{P_0}} \frac{2 \nu R T_0}{V} dV = 2 \nu R T_0 \cdot \ln(V) \Big|_{\frac{2}{3} \frac{\nu R T_0}{P_0}}^{\frac{2}{3} \frac{\nu R T_0}{P_0}} = 2 \nu R T_0 \cdot \ln 3$$

$$Q_H = Q_1 + Q_2 = \Delta U_{12} + A_{23} = 6 \nu R T_0 + 6 \nu R T_0 \cdot \ln 3$$

$$|Q_X| = |Q_3| + |Q_4| = |\Delta U_{34}| + |A_{41}| = 6 \nu R T_0 + 2 \nu R T_0 \cdot \ln 3$$

$$\eta = \frac{Q_H - |Q_X|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_X|}{Q_H} = 1 - \frac{6 \nu R T_0 + 2 \nu R T_0 \cdot \ln 3}{6 \nu R T_0 + 6 \nu R T_0 \cdot \ln 3} =$$

$$= 1 - \frac{6 + 2 \ln 3}{6 + 6 \ln 3} \approx 0,349$$

т.к. просят дать ответ в процентах в виде целого числа

$$\Rightarrow \eta = 0,349 = 34,9 \% \approx 35\%$$

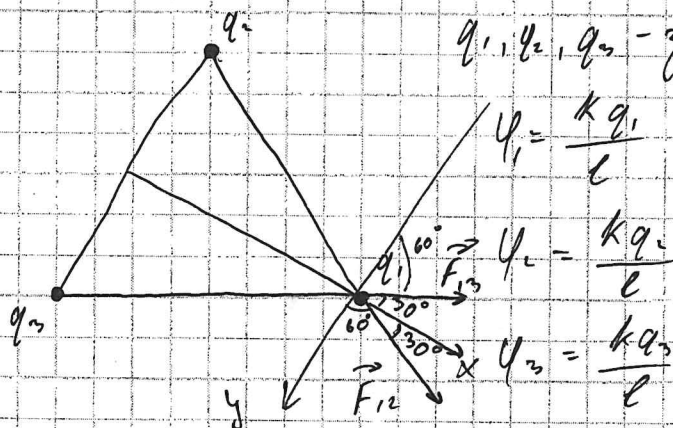
Ответ: 35%

200

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

54



q_1, q_2, q_3 - заряды шариков, l - сторона, φ - потенциал

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{l}$$

$$\varphi_2 = \frac{kq_2}{l}$$

$$\varphi_3 = \frac{kq_3}{l}$$

т.к. треугольник равнобедренный

$\Rightarrow$ углы по $60^\circ \Rightarrow$

высота и биссектриса совпадают

$\Rightarrow$ при ох введём так как на рисунке, угол между векторами $\sin$ и ох будет по 30° , а между оу - 60°

$$Oy: F_y = F_{12} \cos 60^\circ - F_{13} \cos 60^\circ$$

$$F_{12} = \frac{kq_1 q_2}{l^2}$$

$$F_{13} = \frac{kq_1 q_3}{l^2}$$

$$F_y = \cos 60^\circ \left(\frac{kq_1 q_2}{l^2} - \frac{kq_1 q_3}{l^2} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{kq_1}{l} \cdot \left(\frac{q_2}{l} - \frac{q_3}{l} \right)$$

$$\varphi_2 = \frac{kq_2}{l} \Rightarrow \frac{q_2}{l} = \frac{\varphi_2}{k} \quad \text{и} \quad \varphi_3 = \frac{kq_3}{l} \Rightarrow \frac{q_3}{l} = \frac{\varphi_3}{k}$$

$$\Rightarrow F_y = \frac{1}{2} \cdot \varphi_1 \left(\frac{\varphi_2}{k} - \frac{\varphi_3}{k} \right)$$

$$Ox: F_x = F_{12} \cos 30^\circ + F_{13} \cos 30^\circ$$

$$F_x = \cos 30^\circ \cdot \left(\frac{kq_1 q_3}{l^2} + \frac{kq_1 q_2}{l^2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{kq_1}{l} \left(\frac{q_3}{l} + \frac{q_2}{l} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \varphi_1 \left(\frac{\varphi_3}{k} + \frac{\varphi_2}{k} \right)$$

$$F_1 = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot \varphi_1^2 \left(\frac{\varphi_2}{k} + \frac{\varphi_3}{k} \right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \varphi_1^2 \left(\frac{\varphi_2}{k} - \frac{\varphi_3}{k} \right)^2} =$$

$$= \varphi_1 \sqrt{\frac{3}{4} \left(\frac{\varphi_2}{k} + \frac{\varphi_3}{k} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\varphi_2}{k} - \frac{\varphi_3}{k} \right)^2}, \text{ где } k - \text{коэф. пропорц. в законе Кулона}$$

$$\text{Ответ: } F_1 = \varphi_1 \sqrt{\frac{3}{4} \left(\frac{\varphi_2}{k} + \frac{\varphi_3}{k} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\varphi_2}{k} - \frac{\varphi_3}{k} \right)^2}, \text{ где } k - \text{коэф. пропорц. в законе Кулона}$$

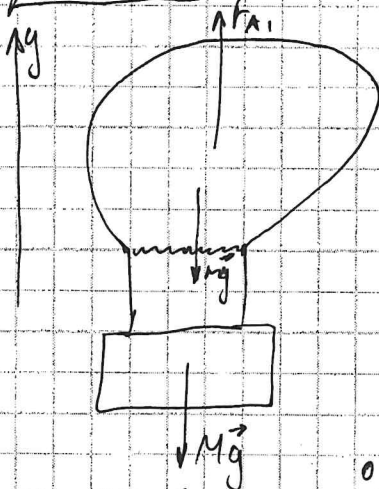
Направление этой силы будет зависеть от величин φ_2 и φ_3 .

146

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№5
Дано:
 $V = 5000 \text{ м}^3$
 $p_{\text{H}_2} = 110 \cdot 10^3 \text{ Па}$
 $T = 316 \text{ К}$
 $p_1 = 0,1$
 $p_A = 10^5 \text{ Па}$
 $p_2 = 0,9$
 $\Delta M = ?$
 $p_M = 9000 \text{ Па}$

решение



Шар падает ~~до тех пор~~ до тех пор, пока
сила Архимеда не уравновесит силу
тяжести газа и доп. груза.

Пусть M - масса доп. груза шара
 m - масса водорода
По II з. Ньютона (пока от массовый на
постоянной высоте)

$$\text{оу: } F_{A1} - mg - Mg = 0$$

$$F_{A1} = (m + M)g$$

$$F_{A1} = \rho_{\text{смесь}} g V$$

$$\rho_{\text{смесь}} g V = (m + M)g$$

$$\textcircled{1} [\rho_{\text{смесь}} V = m + M]$$

$$\rho_{\text{смесь}} = \frac{m_{\text{пара}} + m_{\text{возд}}}{V}$$

Найдем массу пара и массу воздуха, которые
содержатся в 1 м^3 :

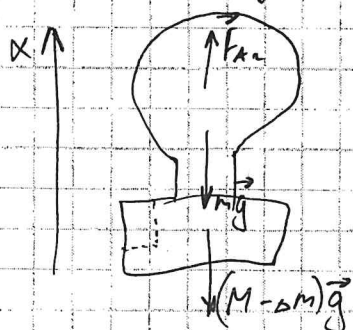
$$\text{для пара: } p_1 V = \frac{m_{\text{пара}}}{M_{\text{пара}}} RT \Rightarrow m_{\text{пара}} = \frac{p_1 V M_{\text{пара}}}{RT} = \frac{0,1 \cdot 9000 \cdot 1 \cdot 0,018}{8,31 \cdot 316} \approx 6,17 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$\text{для воздуха: } p_A V = \frac{m_{\text{возд}}}{M_{\text{возд}}} RT \Rightarrow m_{\text{возд}} = \frac{p_A V M_{\text{возд}}}{RT} = \frac{10^5 \cdot 1 \cdot 0,029}{8,31 \cdot 316} \approx 1,1049 \text{ кг}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{смесь}} = \frac{6,17 \cdot 10^{-3} + 1,1049}{1} = 1,11057 \text{ кг/м}^3$$

$$\textcircled{1} \rho_{\text{смесь}} V = m + M \Rightarrow M = \rho_{\text{смесь}} V - m = 1,11057 \cdot 5000 - 418,9 = 5133,95 \text{ кг}$$

Когда шар падает, необходимо добиваясь равенства сил (Архимеда и
тяжести) путем сбрасывания груза.



$$\text{По II з. Ньютона: } \text{ох: } F_{A2} - mg - (M - \Delta M)g = 0$$

$$F_{A2} = \rho_{\text{смесь}} g V \Rightarrow \rho_{\text{смесь}} g V - mg - (M - \Delta M)g = 0,$$

$$[\Delta M = m + M - \rho_{\text{см}} V]$$

$$\rho_{\text{смесь}2} = \rho_{\text{см}} \text{ (сокращение)}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

55 (продолжение)

$$\rho_{см2} = \frac{m_{возд} + m_{парал}}{V} = \frac{m_{возд}}{V} + \frac{m_{парал}}{V} = \rho_{возд} + \rho_{парал}$$

для воздуха: $PV = \frac{m_{возд}}{M_{возд}} RT \quad | : V \Rightarrow \rho_{возд} = \frac{PM_{возд}}{RT}$

$$P = \frac{\rho_{возд} RT}{M_{возд}} \Rightarrow \rho_{возд} = \frac{PM_{возд}}{RT} = \frac{10^5 \cdot 0,029}{8,31 \cdot 316} \approx 1,1044 \text{ кг/м}^3$$

для пар: $\mu_n P_n V = \frac{m_{пара}}{M_{пара}} RT \quad | : V \Rightarrow \rho_{пара} = \frac{\mu_n P_n M_{пара}}{RT}$

$$\rho_{пара} = \frac{\rho_{парал} RT}{M_{парал}} \Rightarrow \rho_{парал} = \frac{\mu_n P_n M_{пара}}{RT} = \frac{0,9 \cdot 9000 \cdot 0,018}{8,31 \cdot 316} \approx 0,0555 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_{см2} = 1,1044 + 0,0555 = 1,1599 \text{ кг/м}^3$$

② $\Delta m = m + M - \rho_{см2} V$

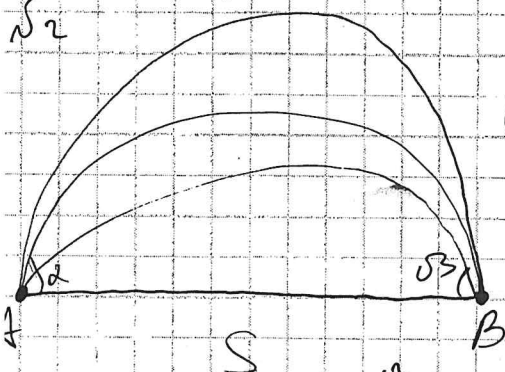
$$\Delta m = 418,9 + 5133,95 - 1,1599 \cdot 5000 = -246,55 \text{ кг}$$

$\Rightarrow$ нужно будет добавить, чтобы шар оставался на той же высоте

или ЛУБО ошибка в вычислениях

Ответ: добавить 246,55 кг

52



т.к. снаряды бросают друг другу $\Rightarrow$

① $S = v_0 \cos \alpha t_A$

$S = v_0 \cos \beta t_B$

$\Rightarrow \cos \alpha t_A = \cos \beta t_B$

t_A - время полета снаряда снаряда А

t_B - время полета снаряда снаряда В

α - угол под которым снаряд А падает вниз

β - угол под которым снаряд В падает вниз

y_A - расстояние между снарядом по верш

x - расстояние между снарядом по гориз.

$h_A = v_0 \cos \alpha t_A - \frac{g t_A^2}{2}$

$h_B = v_0 \cos \beta t_B - \frac{g t_B^2}{2}$

$y = h_A - h_B = v_0 \cos \alpha t_A - \frac{g t_A^2}{2} - v_0 \cos \beta t_B + \frac{g t_B^2}{2}$

$S = \frac{g}{2} (t_B^2 - t_A^2)$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№ 1 (продолжение)

$$\textcircled{1} S = v_0 \cos \alpha t_A \Rightarrow t_A = \frac{S}{v_0 \cos \alpha} \quad \textcircled{2} \cos \alpha t_A = \cos \beta t_B \Rightarrow t_B = \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} t_A$$

$$\Rightarrow y = \frac{g}{2} (t_B^2 - t_A^2) = \frac{g}{2} \left(\left(\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \right)^2 t_A^2 - t_A^2 \right) = \frac{g}{2} t_A^2 \left(\left(\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \right)^2 - 1 \right)$$

$$= \frac{g}{2} \frac{S^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} \left(\left(\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \right)^2 - 1 \right)$$

$$h_A = v_0 \sin \alpha t_A - \frac{g t_A^2}{2}$$

$$h_B = v_0 \sin \beta t_B - \frac{g t_B^2}{2}$$

$$\Rightarrow y = h_A - h_B = v_0 \sin \alpha t_A - \frac{g t_A^2}{2} - v_0 \sin \beta t_B + \frac{g t_B^2}{2}$$

$$\textcircled{2} \cos \alpha t_A = \cos \beta t_B \Rightarrow \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} t_A = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} t_B \quad |^2$$

$$(1 - \sin^2 \alpha) t_A^2 = (1 - \sin^2 \beta) t_B^2$$

$$t_A^2 - t_A^2 \sin^2 \alpha = t_B^2 - t_B^2 \sin^2 \beta$$

$$t_A^2 - t_B^2 = t_A^2 \sin^2 \alpha - t_B^2 \sin^2 \beta$$

$$y = v_0 (t_A \sin \alpha - t_B \sin \beta) - \frac{g}{2} (t_A^2 - t_B^2) = v_0 (t_A \sin \alpha - t_B \sin \beta) - \frac{g}{2} \times$$

$$\times (t_A^2 \sin^2 \alpha - t_B^2 \sin^2 \beta) = v_0 (t_A \sin \alpha - t_B \sin \beta) - \frac{g}{2} (t_A \sin \alpha - t_B \sin \beta) (t_A \sin \alpha + t_B \sin \beta) =$$

$$= (t_A \sin \alpha - t_B \sin \beta) \left(v_0 - \frac{g}{2} (t_A \sin \alpha + t_B \sin \beta) \right)$$

$$x_A = v_0 \cos \alpha t_A$$

$$x_B = v_0 \cos \beta t_B \Rightarrow x_A = v_0 \cos \alpha t_A - v_0 \cos \beta t_B \quad \text{из } \textcircled{2} \Rightarrow$$

$$x = v_0 (\cos \alpha t_A - \cos \beta t_B) = 0$$

~~расстояние~~

$$x = v_0 \cos \alpha t_A + v_0 \cos \beta t_B$$

$$x = S - v_0 \cos \beta t_B - v_0 \cos \alpha t_A = S - (v_0 \cos \beta t_B + v_0 \cos \alpha t_A) = \quad \text{из } \textcircled{2} \downarrow$$

$$= S - 2(v_0 \cos \alpha t_A) = S - 2v_0 \cos \alpha t_A$$

Расстояние между шариками ~~еще~~ можно найти по теореме Пифагора. $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, мы получили функцию $r(t_A)$ (заменив t_B используя выражение $\textcircled{2}$)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

52 (продолжение)

Далее мы приравняем производную этой функции к нулю, найдем время, при котором расстояние r минимально (тогда минимума) и подставив это значение времени в функцию $r(t_a)$ найдем искомое минимальное расстояние.

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(s - 2v_0 \cos \alpha t_a\right)^2 + \left(t_a \sin \alpha - t_0 \sin \alpha\right)^2 \left(v_0 - \frac{g}{2} (t_a \sin \alpha + t_0 \sin \alpha)\right)^2}$$

108