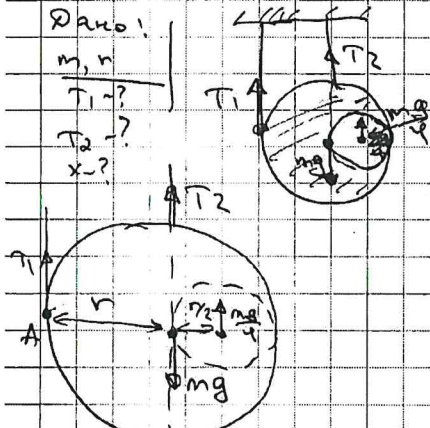


Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
96	01.04.24	Евд В.М.	

1 2 3 4 5 Σ  
20 20 16 20 20 96



Пусть  $\lambda$  — поверхностная плотность массы железа  
( $\lambda = \frac{\Delta m}{\Delta S}$ )  
Тогда  $m = \lambda \cdot 4\pi r^2 \Rightarrow \lambda = \frac{m}{4\pi r^2}$   
Масса вырезанного диска:  $m_1 = \lambda \cdot \pi r^2 = \frac{m}{4}$   
Представим что мы вырезали диск массой  $m_1$ , а оставили на диске массой  $m$  диск с отрицательной массой  $-\frac{m}{4}$  (центр тяжести для этого диска направлен вверх). С учетом этого представим систему (диски однородные их в.м. в середине) с центром тяжести в центре большого диска и массой  $m$  (большого диска) и  $-\frac{m}{4}$  (маленького) в их середине, т.е. они однородные и введены ось X напр. влево с началом в центре маленького диска

Тор-мо моменты отн. к А

$$mg \cdot r = T_2 \cdot r + \frac{3}{2} \cdot \frac{m}{4} \cdot \frac{r}{2}$$

$$mg = T_2 + \frac{3}{8} mg \Rightarrow T_2 = \frac{5}{8} mg \quad (1)$$

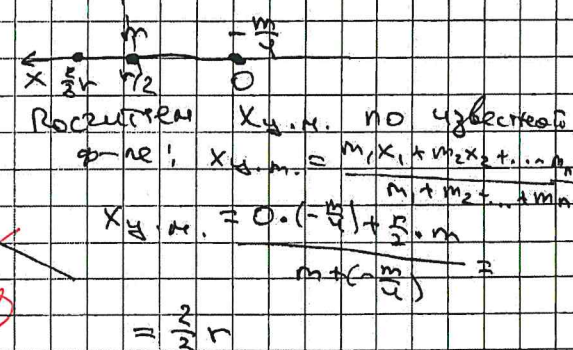
Уч. равновес. для диска:

$$T_1 + T_2 + \frac{mg}{4} = mg$$

с учетом (1):

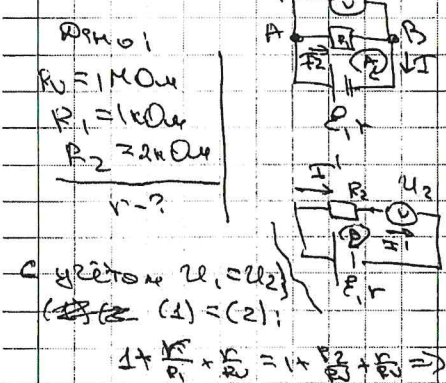
$$T_1 = \frac{m \cdot g}{8}$$

Чтобы найти в.м. системы  $m$  (большого диска) и  $-\frac{m}{4}$  (маленького) в их середине, т.е. они однородные и введены ось X напр. влево с началом в центре маленького диска



Таким образом, искомое расстояние  $x = x_{в.м.} = \frac{5}{8} r$

Ответ:  $T_1 = \frac{m \cdot g}{8}$ ,  $T_2 = \frac{5}{8} m \cdot g$ ,  $x = \frac{5}{8} r$



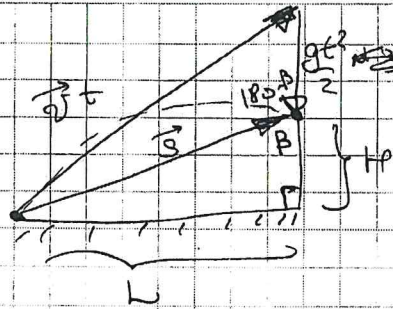
Зависимость между T. А и B равно  $U_1 = U_2$  по закону Ома!

 $U_1 = I_1 R_1 \Rightarrow I_1 = \frac{U_1}{R_1}$ ;  $U_2 = I_2 R_2 \Rightarrow I_2 = \frac{U_2}{R_2}$   
 II по закону Кирхгофа для T. B:  $I = I_1 + I_2 = U_1 (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$   
 III по закону Кирхгофа для контура A:  $U = U_1 + U_3 = U_1 (1 + \frac{R_3}{R_1})$   
 Из (1) и (2) для U:  $U = U_1 (1 + \frac{R_3}{R_1}) = U_1 (1 + \frac{R_3}{R_1})$  (1)  
 II по закону Кирхгофа для контура B:  $U = U_2 + U_3 = U_2 (1 + \frac{R_3}{R_2})$  (2)  
 Из (1) и (2):  $U_1 (1 + \frac{R_3}{R_1}) = U_2 (1 + \frac{R_3}{R_2})$   
 II по закону Кирхгофа для контура A:  $U = U_1 + U_3 = U_1 (1 + \frac{R_3}{R_1})$  (1)  
 II по закону Кирхгофа для контура B:  $U = U_2 + U_3 = U_2 (1 + \frac{R_3}{R_2})$  (2)  
 Из (1) и (2):  $U_1 (1 + \frac{R_3}{R_1}) = U_2 (1 + \frac{R_3}{R_2})$



$h = 34$   
 $L = 34$   
 $t = 1,2 \text{ c}$

$v \rightarrow ?$   
 $\alpha_0 \rightarrow ?$



Рассмотрим  $\Delta$  со сторонами  $h, L, S$ !  
 $h = 34$   
 $L = 34$   $\Rightarrow S = 54$  (по теореме Пифагора)  
 Векторно запишем уравнение движения:

$$\vec{S} = \vec{v}t + \frac{g}{2}t^2$$

Из прямоугольного  $\Delta$

$$\cos \beta = \frac{h}{S} = \frac{34}{54} = 0,8$$

По теореме косинусов для вершины  $\Delta$

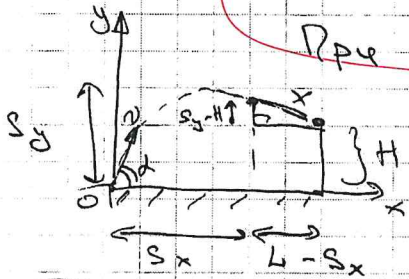
$$v^2 t^2 = S^2 + \left(\frac{gt^2}{2}\right)^2 - 2S \cdot \frac{gt^2}{2} \cdot \cos(180 - \beta)$$

$$v^2 t^2 = S^2 + \left(\frac{gt^2}{2}\right)^2 + gSt^2 \cos \beta$$

$$v = \frac{\sqrt{S^2 + \left(\frac{gt^2}{2}\right)^2 + gSt^2 \cos \beta}}{t}$$

$\approx 9,7 \text{ м/с}$

При  $v_0 = v$ :



По теореме Пифагора:

$$(S_y - h)^2 + (L - S_x)^2 = x^2$$

$$(1,2v \sin \alpha - 7,2 - 4)^2 + (3 - 1,2v \cos \alpha)^2 = x^2$$

$$1,44v^2 \sin^2 \alpha + 125,44 - 26,83v \sin \alpha + 9 + 1,44v^2 \cos^2 \alpha - 7,2v \cos \alpha = x^2$$

$$1,44v^2 + 134,44 - v(26,83 \sin \alpha + 7,2 \cos \alpha) = x^2$$

$$x \rightarrow \min \Rightarrow x^2 \rightarrow \min \Rightarrow 26,83 \sin \alpha + 7,2 \cos \alpha = \max$$

Возьмем производную этого выражения и приравняем нулю, т.к. это выражение принимает макс значение!

$$(26,83 \sin \alpha)' + (7,2 \cos \alpha)' = 0$$

$$26,83 \cos \alpha - 7,2 \sin \alpha = 0$$

$$26,83 \cos \alpha_0 - 7,2 \sin \alpha_0 = 0 \Rightarrow 26,83 \cos \alpha_0 = 7,2 \sin \alpha_0$$

$$\tan \alpha_0 = \frac{26,83}{7,2} \approx 3,73$$

$$\alpha_0 = \arctan(3,73) \approx 75^\circ$$

Ответ:  $v = 9,7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$   $\alpha_0 = 75^\circ$

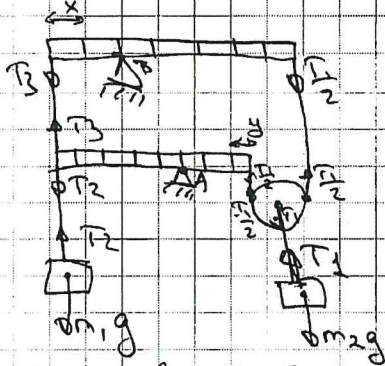
$20 - 4 = 16$



$$r = \frac{1 \cdot 10^3 \Omega \cdot 2 \cdot 10^3 \Omega}{10^6 \Omega} = 2 \Omega$$

Ответ:  $r = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ ;  $r = 2 \Omega$ .

Дано:  
 $m_2$   
 $m_1 = ?$



н4

Рассмотрим силы  $T_1, T_2, T_3$ ,  $m_1 g$   
натяжения нитей, с учётом того, что  
они нерастяжимы и невесомы  
Усл. равновесия груза массой  $m_1$ :  
 $m_1 g = T_2$  (1)  
Усл. равновесия груза  
массой  $m_2$ :  
 $m_2 g = T_1$  (2)

Пр-мо моментов для вершины  
осн. т. В:

$$T_3 \cdot 2x = \frac{T_1}{2} \cdot 5x \Rightarrow T_3 = \frac{5}{4} T_1$$

с учётом (2):  $T_3 = \frac{5}{4} m_2 g$  (3)

Пр-мо мом. для нити, перекинутой осн. А:

$$5 \cdot T_3 + \frac{T_1}{2} \cdot 3y = T_2 \cdot 5y$$

$$5T_3 + \frac{3}{2}T_1 = 5T_2$$

с учётом (1), (2), (3)

$$5 \cdot \frac{5}{4} m_2 g + \frac{3}{2} m_2 g = 5 m_1 g$$

$$\frac{31}{4} m_2 g = 5 m_1 g$$

$$\frac{31}{4} m_2 = 5 m_1 \Rightarrow m_1 = \frac{31}{20} m_2$$

$$m_1 = \frac{31}{20} m_2 = 1,55 m_2$$

н5

Дано:  
холод  
 $S = 20 \text{ см}^2$   
 $m = 150 \text{ г}$   
 $t_1 = -5^\circ \text{C}$   
 $t_2 = 15^\circ \text{C}$   
 $m_1 = ?$

По мере того как из трубы вытекает вода лёд будет превращаться в воду, поэтому  
красное кол-во воды будет больше, что для максимального расстояния лёда

$$c_B m x t_2 = c_A m t_1 + \lambda m \Rightarrow m x = \frac{(\lambda - c_A t_1) m}{c_B t_2} \approx 810 \text{ г}; m_x = \rho_B S h$$

Пусть на высоте  $m_1$  воды,  $\Delta m$  лёд превратится в воду:

$$S h = \frac{m - \Delta m}{\rho_A} + \frac{m_1 + \Delta m}{\rho_B} \Rightarrow S h \rho_A \rho_B = \Delta m (\rho_A - \rho_B) + \rho_A m_1 + \rho_B m$$

$$3 \text{C} \Rightarrow c_B m, t_2 = c_A m (t_1) + \lambda \Delta m \Rightarrow \Delta m = \frac{c_B m t_2 + c_A m t_1}{\lambda} \quad (2)$$

Подставим (2) в (1):  $S h \rho_A \rho_B = \frac{c_B m t_2}{\lambda} (\rho_A - \rho_B) + \frac{c_A m t_1}{\lambda} (\rho_A - \rho_B) + \rho_A m_1 + \rho_B m$

$$m_1 = \frac{S h \rho_A \rho_B + \frac{c_A m t_1}{\lambda} (\rho_B - \rho_A) - \rho_B m}{\rho_A + \frac{c_B t_2}{\lambda} (\rho_A - \rho_B)}$$

$$\approx 340 \text{ г}$$

ответ:  $m_1 = 340 \text{ г}$