Место для скобы

1/10 2/10 3/– 4/20 5/11 Σ 51

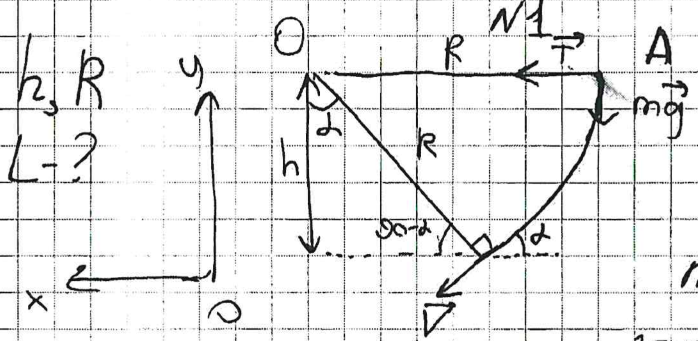
Шифр 09395

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
51	21.07	Абдрашитов СВ	[signature]

№1

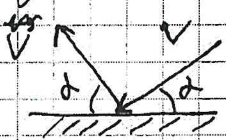
h, R
$L - ?$



До первого удара о землю, шарик будет двигаться по окружности радиусом R. Сила $m\vec g$ будет разгонять шарик, а $\vec T$ менять вектор.

~~В нач. моменте~~ Запишем закон СЭ для момента начала движения и падения (удара): $mgh = \frac{mv^2}{2}$ (поскольку $T \perp \Delta l$ - перемещению, то ΔA - работа всегда равна нулю)

Пусть шарик ударился под углом α. Тогда он и отскочил под углом α (упругий удар):



После удара нить перестанет быть натянутой, поэтому $T_{после\ удара} = 0$ (пока нить снова не натянется)

Нам нужно найти макс. расстояние ~~длину~~ до отскока. Найдём L_{MAX}

$t = \frac{2V\sin\alpha}{g}$ $\quad L = V\cos\alpha\, t = \frac{2V^2\sin\alpha\cos\alpha}{g} = \frac{V^2\sin 2\alpha}{g}$

$\left(\begin{matrix} V_y = V\sin\alpha \\ V_x = V\cos\alpha \end{matrix}\right)$

$L_{MAX} = \frac{V^2\sin 90}{g} = \frac{V^2}{g} \Rightarrow 2\alpha = 90 \Rightarrow \alpha = 45°$

$\cos\alpha = \frac{h}{R}$, $\cos 45 = \frac{\sqrt2}{2} = \frac{1}{\sqrt2} \Rightarrow R = \sqrt2 h$

$L_{MAX} = \frac{V^2}{g} = \frac{2gh}{g} = 2h$ (т.е. точка падения симметр. относительно ~~оси~~ т. O в оси y)

Ответ: $R = \sqrt2 h$; $2h$

Место для скобы

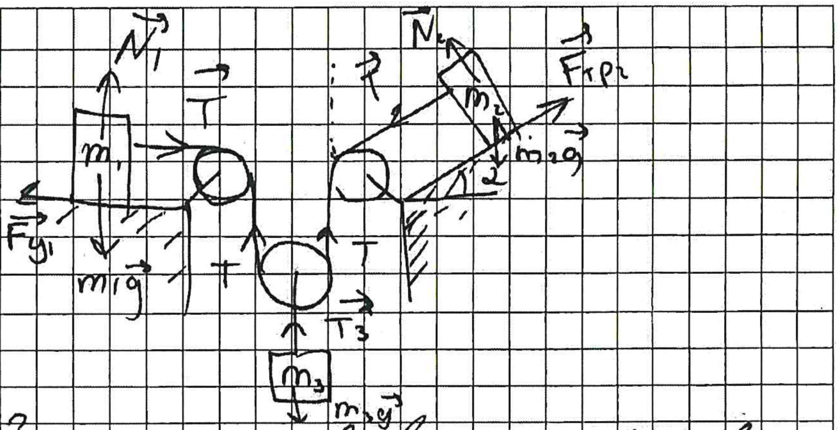
Шифр 09395

№2

Дано: m_1, m_2, m_3, α

1) μ - ? T_1, T_2, T_3 - ?

2) a_1, a_2, a_3 - ?

1) 

Запишем усл. равновесия для грузов:

1. $N_1 = m_1 g$; $F_{тр} = \mu N_1 = \mu m_1 g$

$T_1 = F_{тр} = \mu m_1 g$

2. $N_2 = m_2 g\cos\alpha$; $F_{тр2} = \mu m_2 g\cos\alpha$

$m_2 g\sin\alpha + T_2 = \mu m_2 g\cos\alpha$ (гос нити)

$T_2 = m_2 g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

3. $\boxed{m_3 g = T_3}$

Поскольку нить нерастяжима, то в каждой точке она натянута на силу T (про верхнюю нить)

$T_1 = T_2 = T$

4. Условие равновесия для нижнего блока

$T_3 = 2T$

$m_3 g = 2T$

$T_3 =$

5. Приравняем T_1 и T_2 (п 1, 2, 3)

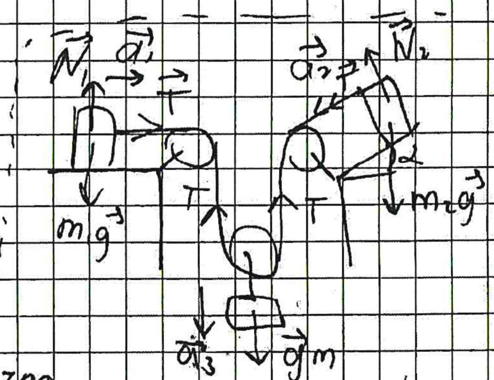
$\mu m_1 g = m_2 g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$

$\mu m_1 = m_2\sin\alpha - \mu m_2\cos\alpha$

$\mu(m_1 + m_2\cos\alpha) = m_2\sin\alpha$

$$\boxed{\mu = \frac{m_2\sin\alpha}{m_1 + m_2\cos\alpha}}$$

$$\boxed{T_1 = T_2 = \frac{m_2 m_1\sin\alpha\, g}{m_1 + m_2\cos\alpha}} \quad (\text{из п. 1})$$



2) Запишем II з-н Н. для грузов

1. $m_1 a_1 = T$

2. $m_2 a_2 = T + m_2 g\sin\alpha$

3. $m_3 a_3 = m_3 g - T_3$

$T_3 = 2T$ (для блока)

4. Заметим, что если левая нить опустится на Δl, то нижний блок опустится на $\frac{\Delta l}{2}$

Аналогично с правой нитью

Делаем вывод, что (поскольку $\Delta l_1 \sim a_1$, $\Delta l_2 \sim a_2$, $\Delta l_3 \sim a_3$), что

$$a_3 = \frac{a_1+a_2}{2}$$

$$a_3 = g - \frac{2T}{m_3} = g - \frac{2m_1}{m_3}a_1$$

$$2\left(g - \frac{2m_1}{m_3}a_1\right) = a_1 + a_2$$

$$2g - \frac{4m_1}{m_3}a_1 = a_1 + a_2 \Rightarrow a_1\left(1 + \frac{4m_1}{m_3}\right) = 2g - a_2$$

$$T = m_1a_1 = m_2a_2 - m_2 g\sin\alpha$$

$$a_1 = \frac{m_2a_2}{m_1} - \frac{m_2}{m_1}g\sin\alpha = \frac{2g-a_2}{1+\frac{4m_1}{m_3}}$$

$$m_2a_2 - m_2 g\sin\alpha = \frac{2m_1 g m_3}{m_3+4m_1} - \frac{2m_1 a_2 m_3}{m_3+4m_1}$$

$$a_2\left(m_2 + \frac{2m_1m_3}{m_3+4m_1}\right) = g\left(\frac{2m_1m_3}{m_3+4m_1} + m_2\sin\alpha\right)$$

$$\boxed{a_2 = \frac{g\left(\frac{2m_1m_3}{m_3+4m_1} + m_2\sin\alpha\right)}{m_2 + \frac{2m_1m_3}{m_3+4m_1}} = g\frac{2m_1m_3 + m_2m_3\sin\alpha + 4m_1m_2\sin\alpha}{m_2m_3 + 4m_1m_2 + 2m_1m_3}}$$

$$\boxed{a_1 = \frac{m_2 g}{m_1}\left(\frac{2m_1m_3 + m_2m_3\sin\alpha + 4m_1m_2\sin\alpha}{m_2m_3 + 4m_1m_2 + 2m_2m_3} - \sin\alpha\right)}$$

$$\boxed{a_3 = \cancel{\frac{a_1+a_2}{2}}\ g - \frac{2m_1}{m_3}a_1 = g\left(1 - \frac{2m_2}{m_3}\left(\frac{2m_1m_3 + m_1m_2\sin\alpha + 4m_1m_2\sin\alpha}{m_2m_3 + 4m_1m_2 + 2m_1m_3} - \sin\alpha\right)\right)}$$

Ответы выделены

№4

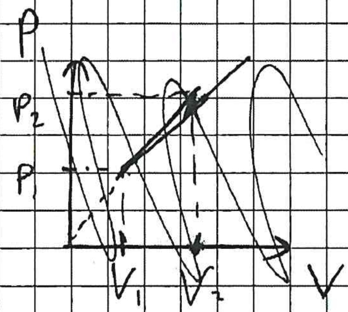
V, k, T_1, T_2

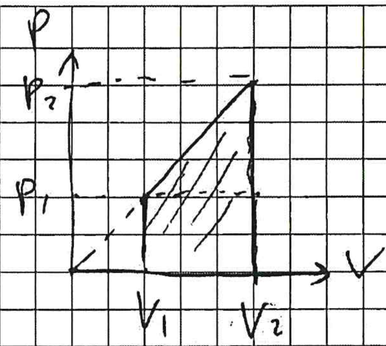
$V = \alpha\sqrt{T}$

$$V = \alpha\sqrt{T}$$
$$V^2 = \alpha^2 T$$
$$T = \frac{V^2}{\alpha^2}$$

Закон Мен-Кл.: $\frac{PV}{T} = \nu R = \frac{P}{V}\alpha^2 = \nu R$

$\frac{P}{V} = const$ — следов. график — прямая





Работа - площадь под графиком $A = \frac{(P_1+P_2)}{2}(V_2-V_1)$

P_1, P_2 - давление в мом. T_1 и T_2 V_1, V_2 соответств.

~~Менделеева-Клапейрона: $P_1V_1 = \nu RT_1$, $P_2V_2 = \nu RT_2$~~

$p = \frac{\nu R}{\alpha^2} V$ $\quad V^2 = \alpha^2 T$

$\nu R(T_2-T_1) = \frac{\nu R}{\alpha^2}(V_2^2-V_1^2)$

$A = \left(\frac{\nu R V_1}{2\alpha^2} + \frac{\nu R V_2}{2\alpha^2}\right)(V_2-V_1) =$

$= (V_2^2-V_1^2)\frac{\nu R}{2\alpha^2} =$

$= \frac{(T_2-T_1)\nu R}{2}$

Первое начало термодинамики:

$Q = A + \Delta U$

$Q = \frac{(T_2-T_1)\nu R}{2} + \frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1) =$

$= 2\nu R(T_2-T_1)$

$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{(T_2-T_1)\nu R}{4\nu R(T_2-T_1)} = 0{,}25$

$C_{cp} = \frac{Q}{T_2-T_1} = \frac{2\nu R(T_2-T_1)}{T_2-T_1} = 2\nu R$

Значение ~~Формула~~ Q зависит только от T_1 и T_2

Изменение температуры также зависит от T_2 и T_1

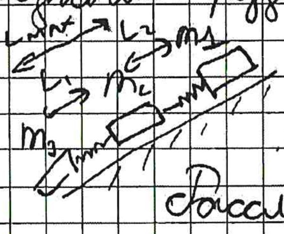
Т.е какой бы мы участок не брали, но всегда $T_2 - T$ будет сокращаться. Это значит, что C - const во время процесса

Ответ: $2\nu R(T_2-T_1)$; $0{,}25$; $2\nu R$; да.

№5

$m, 2m, 3m$
$\mu = 2\operatorname{tg}\alpha$
K, L_0
L_{max} - ?

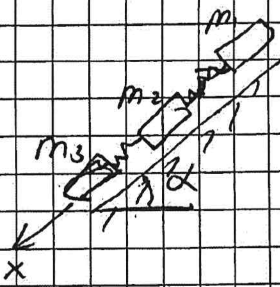
Обозначим грузики в соответствии с положением.



При этом мы не знаем, что из них m, $2m$ и $3m$. ~~Наклон~~

Рассмотрим различные случаи:

1) Пусть все пружины растянуты. II з-н Ньютона на ось X:



· $m_3 \sin\alpha\, g + \mu m_3 g \cos\alpha = F_{y1}$

(·) $3 m_3 g \sin\alpha = F_{y1}$

$\mu m_2 g \cos\alpha$

a) $m_2 g \sin\alpha + F_{y1} = F_{y2} + \cancel{\mu m_2 g\cos\alpha}$

(случай, когда сила трения напр. вверх)

(·) $2 m_2 g \sin\alpha + F_{y2} = F_{y1}$

$m_1 g \sin\alpha + F_{y2} = \mu m_1 g \cos\alpha$ (·) $2m_2 + m_1 = 3m_3$

(·) $m_1 g \sin\alpha = F_{y2}$

Случай не подходит, т.к. нельзя подставить $m, 2m$ и $3m$

б) сила трения второго направл. вниз

$m_2 g \sin\alpha + F_{y1} + \mu m_2 g \cos\alpha = F_{y2}$

$F_{y1} + 3 m_2 g \cos\alpha = F_{y2} \Rightarrow 3m_3 + 3m_2 = m_3$ (нет корней, подход. усл.)

2) растянута только верхняя пруж.

! · $m_i \mu \cos\alpha = 2 m_i \sin\alpha$

$m_3 g \sin\alpha + F_{y1} = 2 m_3 g \sin\alpha$

a) $3 m_2 g \sin\alpha = F_{y1} + F_{y2}$ $\Big\}$ $3m_2 = m_1 + m_3$ (X)

$m_1 g \sin\alpha = F_{y2}$

3) растянута только нижн пруж.

$\cancel{3m_3 g\sin\alpha} = 3 m_3 g \sin\alpha = F_{y1}$

$m_2 g \sin\alpha + F_{y1} + F_{y2} = 2 m_2 g \sin\alpha$ $\Big\}$ $3m_3 + 3m_1 = m_2$ (X)

$3 m_1 \sin\alpha\, g = F_{y2}$

4) ~~растянуты все~~ все пружины сжаты:

$m_3 g \sin\alpha + F_y = 2 m_3 g \sin\alpha$

$F_{y2} = m g \sin\alpha$

a) сила трения направлена вверх

$m_1 g \sin\alpha + F_{y2} = F_{y1} + 2 m_2 g \sin\alpha$

$m_2 + m_3 = m_1 \Rightarrow$ $m_2 = m;\ m_3 = 2m;\ m_1 = 3m$ → только этот случай

б) направлена вниз

$3 m_2 g \sin\alpha - F_{y2} = F_{y1}$

$3m_2 + m_1 = m_3$ (X)

Место для скобы

Шифр

Мы делаем вывод, что у нас все пружины ~~уже~~ сжаты, а $m_1 = 3m$. Осталось распределить m и $2m$

$$m_1 g\sin\alpha = F_{y2} = k(L_0 - L_2) \Rightarrow L_2 = -\frac{m_1 g\sin\alpha}{k} + L_0 = L_0 - \frac{3mg\sin\alpha}{k}$$

$$m_2 g\sin\alpha + 3mg\sin\alpha = F_{y1} + 2m_1 g\sin\alpha$$

Пусть $m_2 = 2m$

$$F_{y1} = 3mg\sin\alpha - 2mg\sin\alpha = mg\sin\alpha = k(L_0 - L_1)$$

$$L_1 = L_0 - \frac{mg\sin\alpha}{k}$$

Пусть $m_2 = m$

$$F_y = 3mg\sin\alpha - mg\sin\alpha = 2mg\sin\alpha = k(L_0 - L_1)$$

$$L_1 = L_0 - \frac{2mg\sin\alpha}{k}$$

Нам нужно, что $L_{MAX} = L_1 + L_2$ было максимальным

Это значит, что $m_2 = 2m$, $m_1 = 3m$, а $m_3 = m$

$$L_{MAX} = L_1 + L_2 = \left(L_0 - \frac{mg\sin\alpha}{k}\right) + \left(L_0 - \frac{3mg\sin\alpha}{k}\right) =$$

$$= 2L_0 - \frac{4mg\sin\alpha}{k} = 2\left(L_0 - \frac{2mg\sin\alpha}{k}\right)$$

Ответ: $2\left(L_0 - \frac{2mg\sin\alpha}{k}\right)$