

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
600		Червишская А.С.	Жер

№2

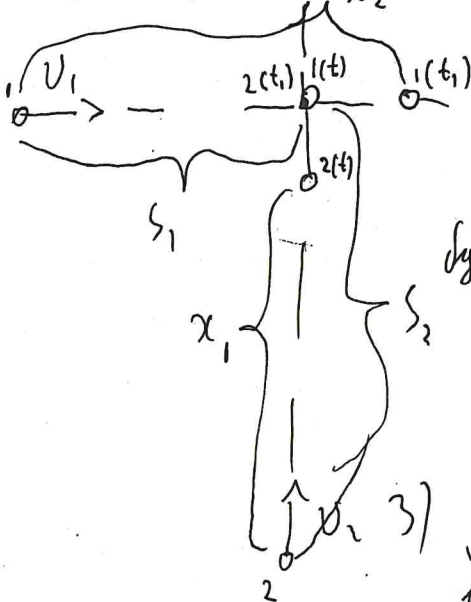
Тематика

Дано:

$v_1 = 8 \frac{\text{км}}{\text{час}}$   
 $v_2 = 10 \frac{\text{км}}{\text{час}}$   
 $s_1 = 8 \text{ км}$   
 $s_2 = 10 \text{ км}$   
 $\Delta s = 1 \text{ км}$   
 $a = ?$

1) тк. по условию 1 кор. первым проедет точку пересек. траект кор-лей, то в этот момент он будет на раии  $s_1$  от своего нач. вып. положения, то есть верно выраз:  $s_1 = v_1 t + \frac{at^2}{2}$ , также в этот момент  $t$  2 корабль будет на каком-то расстоянии  $x_1$  от своего нач. полож, то есть верно выраз:  $x_1 = v_2 t + \frac{at^2}{2}$ . Следовательно по условию в этот мом. вр  $t$  оба кор. будут на одной вертикали  $\Rightarrow s_2 - x_1 \cong \Delta s$  по условию

Также к задаче



2) Далее в какой-то момент времени  $t_1$  2 корабль будет проходить точку пересечения траекторий  $\Rightarrow$  он будет на расстоянии  $s_2$  от своего нач. полож  $\Rightarrow$  верно выраз:  $s_2 = v_2 t_1 + \frac{at_1^2}{2}$  также в этот мом. вр  $t_1$  1 корабль будет на каком-то раии  $x_2$  от своего нач. полож  $\Rightarrow$  верно выраз:  $x_2 = v_1 t_1 + \frac{at_1^2}{2}$ . Следовательно в этот мом. вр  $t_1$  оба кор. будут на одной горизонтали  $\Rightarrow x_2 - s_1 \cong \Delta s$

3) Теперь можем составить систему из 6 выражений:

Продолжим на след. стр.

$$S_1 = v_1 t + \frac{at^2}{2} \quad (1)$$

$$x_1 = v_2 t + \frac{at^2}{2} \quad (2)$$

$$S_2 - x_1 \geq \Delta S \quad (3)$$

$$S_2 = v_2 t_1 + \frac{at_1^2}{2} \quad (4)$$

$$x_2 = v_1 t_1 + \frac{at_1^2}{2} \quad (5)$$

$$x_2 - S_1 \geq \Delta S \quad (6)$$

Прогнанные значения  $v_2$

$$(1) S_1 = v_1 t + \frac{at^2}{2} \cdot 2$$

$$2S_1 = v_1 t + at^2$$

$$at^2 + v_1 t - 2S_1 = 0$$

$$D = v_1^2 + 8S_1 a$$

$$t = \frac{-v_1 \pm \sqrt{v_1^2 + 8S_1 a}}{2}$$

так  $t$  должно быть  $> 0$ , а  $\frac{-v_1 - \sqrt{v_1^2 + 8S_1 a}}{2} < 0$ , но

$$t = \frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 + 8S_1 a}}{2} = \frac{-v_1 + \sqrt{64 + 64a}}{2}$$

$$= \frac{-v_1 + 8\sqrt{1+a}}{2} = -4 + 4\sqrt{1+a}$$

08255

$$(3) S_2 - x_1 \geq \Delta S$$

$$S_1 \geq \Delta S + x_1$$

Прогн. в (1)

$$\Delta S + x_1 \leq v_1 t + \frac{at^2}{2}$$

$$x_1 \leq v_1 t + \frac{at^2}{2} - \Delta S$$

Прогн. в (2)

$$v_1 t + \frac{at^2}{2} - \Delta S \geq v_2 t + \frac{at^2}{2}$$

$$v_1 t - \Delta S \geq v_2 t$$

$$v_1 t - v_2 t \geq \Delta S$$

$$t \geq \frac{\Delta S}{v_1 - v_2}$$

$$t \geq$$

$$(6) x_2 - S_1 \geq \Delta S$$

Прогнанные  $x_2$  и  $S_1$  из (4) и (5) соответственно

$$v_1 t_1 + \frac{at_1^2}{2} - v_2 t_1 - \frac{at_1^2}{2} \geq \Delta S$$

$$v_1 t_1 - v_2 t_1 \geq \Delta S$$

$$t_1 \geq \frac{\Delta S}{v_1 - v_2}$$

$$(3) x_1 \leq S_2 - \Delta S$$

Прогн. в (2)

$$S_2 - \Delta S \geq v_2 t + \frac{at^2}{2}$$

$$S \geq 10t + \frac{at^2}{2} \cdot 2$$

$$18 \geq 20t + at^2$$

Прогн.  $t$  из (1)

$$18 \geq 20(-4 + 4\sqrt{1+a}) + a(-4 + 4\sqrt{1+a})^2$$

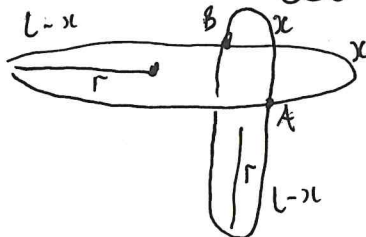
105

Дано:

$$x = \frac{1}{4} L$$

$L$  - гл. ось инерции

$$\frac{R}{R_{AB}} = ?$$



Именно

$R$  - центр масс системы  $A$  и  $B$   
 равно это центр масс  $\psi$ -их  
 "параллельно" соединенных центров масс  
 Даны две системы масс  $x, x, L-x,$   
 $L-x$ ,  $A, B$ . Обозначим  $R$  - центр масс

учитывая, как  $R_1, R_2, R_3$  и  $R_4$ , тогда

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \rightarrow \frac{R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_1 R_2 R_4}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4}$$

$$R_{AB} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4}{R_1 R_2 R_3 + R_2 R_3 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_1 R_2 R_4}$$

$$R_1 = \frac{\rho x}{S} = \frac{1}{4} \frac{\rho L}{S}$$

$$R_2 = \frac{\rho x}{S} = \frac{1}{4} \frac{\rho L}{S}$$

$$R_3 = \frac{\rho(L-x)}{S} = \frac{\rho(L - \frac{1}{4}L)}{S} = \frac{3}{4} \frac{\rho L}{S}$$

$$R_4 = \frac{\rho(L-x)}{S} = \frac{3}{4} \frac{\rho L}{S}$$

$$R_{AB} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{\rho^4 L^4}{S^4}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \frac{\rho^3 L^3}{S^3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \frac{\rho^3 L^3}{S^3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \frac{\rho^3 L^3}{S^3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \frac{\rho^3 L^3}{S^3}}$$

$$= \frac{\frac{9}{256} \frac{\rho^4 L^4}{S^4}}{\left(2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} + 2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4}\right) \frac{\rho^3 L^3}{S^3}} = \frac{\frac{9}{256} \rho^4 L^4 S^3}{\left(\frac{6}{64} + \frac{18}{64}\right) S^4 \rho^3 L^3} = \frac{\frac{9}{256} \rho L}{\frac{24}{64} S} = \frac{9 \cdot 64 \rho L}{256 \cdot 24 S} = \frac{3 \rho L}{32 S}$$

Сопротивление кольца:  $R = \frac{\rho L}{S}$

$$\frac{R}{R_{AB}} = \frac{\rho L S \cdot 32}{S \rho L \cdot 3} = \frac{32}{3} \approx 10,64 \text{ раз}$$

Ответ 10,64 раз

108



Место для скобы

N1

Тема

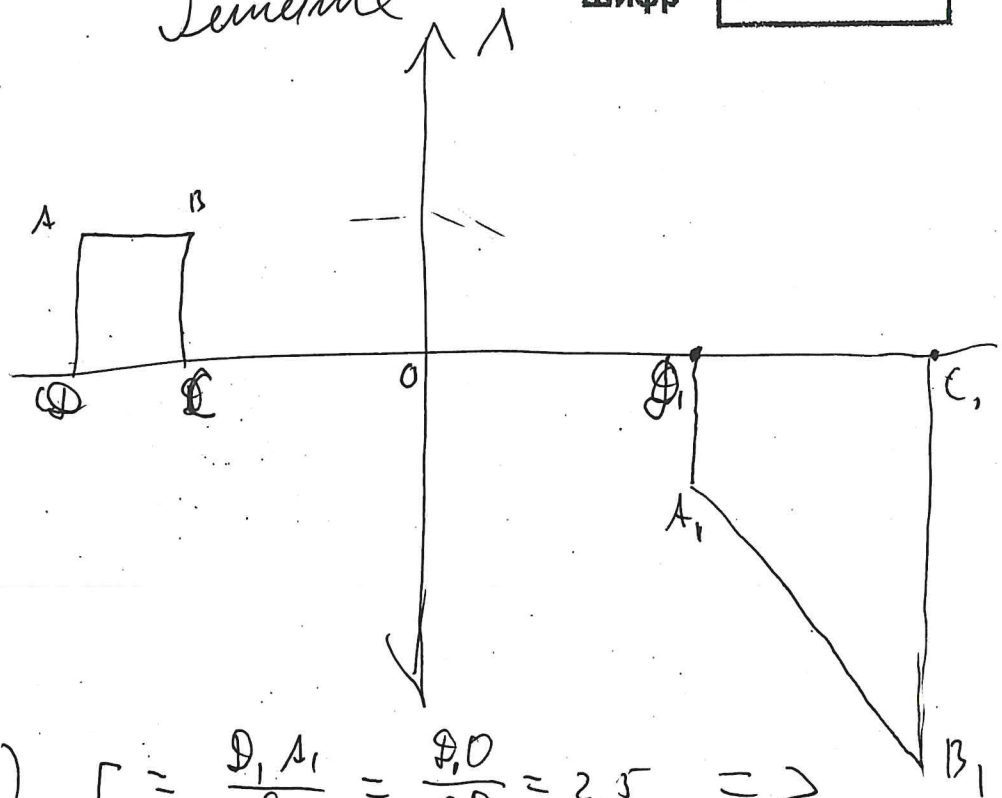
Шифр

08255

Дано:  
~~AD=BC~~  
 $\frac{D_1 A_1}{DA} = \Gamma_1 = 2,5$   
 $\frac{B_1 C_1}{BC} = \Gamma_2 = 6$   


---

 $\frac{S_{A_1 B_1 C_1 D_1}}{S_{ABCD}} = ?$



$$1) \Gamma_1 = \frac{D_1 A_1}{DA} = \frac{D_1 O}{DO} = 2,5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D_1 O = 2,5 DO \text{ и } D_1 A_1 = 2,5 DA$$

$$2) \Gamma_2 = \frac{B_1 C_1}{BC} = \frac{C_1 O}{OC} = 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C_1 O = 6 OC \text{ и } B_1 C_1 = 6 BC$$

$$3) \frac{1}{F} = \frac{1}{CO} + \frac{1}{C_1 O} = \frac{1}{CO} + \frac{1}{6CO} = \frac{7}{6CO}$$

$$4) \frac{1}{F} = \frac{1}{DO} + \frac{1}{D_1 O} = \frac{1}{DO} + \frac{1}{2,5 DO} = \frac{3,5}{2,5 DO}$$

$$5) \text{ из 3) и 4) } \frac{7}{6CO} = \frac{3,5}{2,5 DO}$$

$$\frac{7}{6CO} = \frac{7}{5DO}$$

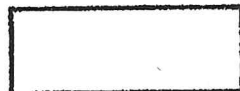
$$42CO = 35DO$$

$$6CO = 5DO$$

$$CO = \frac{5}{6} DO$$

Место для  
скрбы

Шифр



6) т.к.  $ABCD$  - параллелограмм, то  $AD = BC$  и  $AD \parallel BC \Rightarrow$   
 $\Rightarrow A_1D_1 \parallel B_1C_1 \Rightarrow A_1D_1B_1C_1$  - трапеция.  $\Rightarrow$

$$\Rightarrow S_{A_1B_1C_1D_1} = \frac{A_1D_1 + B_1C_1}{2} \cdot D_1C_1$$

т.к.  $C_1D_1 \perp C_1B_1$   
 $AD \parallel A_1D_1$   
 $AD \perp DC$   
 $BC \perp DC$   
 $D_1C_1$  - линия  
 на  $OO_1$ .

$\Rightarrow D_1C_1$  - высота на  $OO_1$  и  $\Rightarrow$   
 $A_1D_1 \perp D_1C_1, B_1C_1 \perp D_1C_1$

$\Rightarrow A_1B_1C_1D_1$  - параллелограмм  $\Rightarrow S_{A_1B_1C_1D_1} = \frac{A_1D_1 + B_1C_1}{2} \cdot D_1C_1$

из 1)  $A_1D_1 = 2,5 DA$

~~из 2)  $B_1C_1 = BC$~~

$AD = BC$

$\Rightarrow A_1D_1 = 2,5 BC$

из 1)  $C_1O = 2,5 DO$

~~из 5)  $CO = \frac{5}{6} DO$~~

$\Rightarrow C_1O = 5 DO$

$D_1C_1 = OC_1 - OD_1$

т.к.  $C_1O = 5 DO$ , а  $OD_1 = 2,5 DO$ , то

$D_1C_1 = 5 DO - 2,5 DO = 2,5 DO$

$S_{A_1B_1C_1D_1} = \frac{2,5 BC + 6 BC}{2} \cdot 2,5 DO =$

$= \frac{8,5 BC}{2} \cdot 2,5 DO = 10,625 BC \cdot DO$

4)  $S_{ABCO} = BC \cdot OC = BC \cdot (DO - CO) = BC \cdot (DO - \frac{5}{6} DO) = \frac{1}{6} DO \cdot BC$

Место для скобы

$$g) \frac{\sum_{1,2,4,5} Q_{1,2,4,5}}{\sum_{1,2,3} Q_{1,2,3}} = \frac{10,625 \text{ В.С.} \cdot 10}{\frac{1}{6} 10 \cdot 10} = 6 \cdot 10,625 = 63,75 \text{ раз}$$

Шифр

Ответ: 63,75 раз  
*доб*

N 3

Дано:

- $m_1 = 3 \text{ кг}$
- $t_1 = 10^\circ \text{C}$
- $m_2 = 4 \text{ кг}$
- $t_2 = 90^\circ \text{C}$
- $m_A = 1 \text{ кг}$
- $c_b = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$
- $c_A = 900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$
- $\Delta t = 5^\circ \text{C}$
- $n = ?$

1) Запишем <sup>уравнение</sup> мен. равновесия в 1 кан. <sup>после поочередно</sup>

$$c_A m_A (t_2 - t_k) = c_b m_1 (t_k - t_1)$$

$$t_k = \frac{c_A m_A t_2 + t_1 c_b m_1}{c_A m_A + m_1 c_b} = \frac{46}{3}^\circ \text{C}$$

2) Запишем <sup>уравнение</sup> мен. равновесия в 2 кан. <sup>после поочередно</sup>

$$c_A m_A (t_{k1} - t_k) = c_b m_2 (90 - t_{k1})$$

$$t_{k1} = \frac{t_k \cdot c_A m_A + 90 c_b m_2}{c_A m_A + c_b m_2} = \frac{506}{59}^\circ \text{C}$$

Продолжим 1 цикл.

3) Запишем <sup>уравнение</sup> мен. равн. в 1 кан.

$$c_A m_A (t_{k1} - t_{k2}) = c_b m_1 (t_{k2} - t_k)$$

$$t_{k2} = \frac{t_{k1} c_A m_A + c_b m_1 t_k}{c_A m_A + c_b m_1} \approx 20,058$$

~~$$\frac{t_{k2} - t_k}{t_k - t_1} = k$$~~

4) Запишем мен. равн. в 2 кан.

$$c_A m_A (t_{k3} - t_{k2}) = c_b m_2 (t_{k1} - t_{k2})$$

$$t_{k3} \approx 2,84$$

<sup>Замечание, что</sup>

$$g) \frac{t_{k2} - t_{k1}}{t_{k1} - t_1} = k$$

$$= \frac{t_{k2} - t_{k1}}{t_2 - t_{k1}} = k$$

$$(t_k - t_1 + t_2 - t_{k1}) +$$

$$+ (t_k - t_1 + t_2 - t_{k1})k +$$

$$(t_k - t_1 + t_2 - t_{k1})k^2 + \dots +$$

$$- (t_k - t_1 + t_2 - t_{k1})k^n > (t_2 - t_1 + \Delta t)$$