ОРМО
Открытая региональная межвузовская олимпиада

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
15	1403.	Хмелёва	

Шифр 03004

1	2	3	4	5	Σ
+	1	+	-	6	15

Хмелёва

№1

$x^2+y^2=\frac{10}{3}xy$

$x^2+y^2=2xy+\frac{4}{3}xy$

$x^2-2xy+y^2=\frac{4}{3}xy$

$(x-y)^2=\frac{4}{3}xy$

$x-y=\sqrt{\frac{4}{3}xy}$

$x-y=2\sqrt{\frac{1}{3}xy}$

$x^2+y^2=\frac{10}{3}xy$

$(x+y)^2-2xy=\frac{10}{3}xy$

$(x+y)^2=\frac{10}{3}xy+2xy$

$(x+y)^2=\frac{16}{3}xy$

$x+y=\sqrt{\frac{16}{3}xy}$

$x+y=4\sqrt{\frac{1}{3}xy}$

$\frac{x+y}{x-y}=\frac{4\sqrt{\frac{1}{3}xy}}{2\sqrt{\frac{1}{3}xy}}=\frac{4}{2}=2$ ✓

7 б

№2

$a^2+b^2+c^2\geq 21$

$(a+b)^2-2ab+c^2\geq 21$

$(a+b+c)^2-2ab+2c(a+b)\geq 21$

$(a+b+c)^2-2ab+2ac+2cb\geq 21$

$(a+b-c)^2-2ab+2ac+2cb\geq 21$

$\geq 2\cdot 1\cdot 2$ (4) $\geq 2\cdot 1\cdot 3$ (6) $\geq 2\cdot 2\cdot 3$ (12)

$(a+b-c)^2\geq 7$?

$a+b-c\geq\sqrt{7}$

≥ 3 $\quad >2;<3$

$a+b-c>2$

$a+b>2+c$

$a+b>2+3$

$a+b>5$

Рассмотрим

$\underbrace{a+b}_{\geq 5}+\underbrace{c}_{\geq 3}\Rightarrow a+b+c\geq 8$ что удовлетворяет $a+b+c\geq 7$

ч.т.д.

4 б

№3

$1+\frac{2}{n}-\frac{2}{n^3}-\frac{1}{n^4}=\frac{2}{n}\left(1-\frac{1}{n^2}\right)+\left(1-\frac{1}{n^4}\right)=\frac{2}{n}\left(1-\frac{1}{n^2}\right)+\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\left(1+\frac{1}{n^2}\right)=\left(1-\frac{1}{n^2}\right)\left(1+\frac{2}{n}+\frac{1}{n^2}\right)=\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{1}{n}\right)^2=\left(1-\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{1}{n}\right)^3$ ✓

$\left(\frac{n-1}{n}\right)\left(\frac{n+1}{n}\right)^3=\frac{(n-1)(n+1)^3}{n^4}$ ✓

Т.к. $a_2\cdot a_3\cdot\ldots\cdot a_{99}$ то $n\in[2;99]$

Тогда: $\frac{(n-1)(n+1)^3}{n^4}=\frac{(99-1)!\cdot(99+1)!^3}{(99!)^4}=\frac{98!\cdot 100!\cdot 100!\cdot 100!}{(99!)^4}=\frac{(99-1)!\cdot\left[(99+1)!\right]^3}{99!}=$

$=\frac{98!\cdot 100!\cdot 100!\cdot 100!}{99!\cdot 99!\cdot 99!\cdot 99!\cdot 2\cdot 2\cdot 2}=\frac{100\cdot 100\cdot 100}{99\cdot 2\cdot 2\cdot 2}=\frac{50^3}{99}=\frac{125000}{99}=1252\frac{62}{99}$ ✓

7 б