Шифр 07720

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
11	20.03	Корниенко Е.Е.	[illegible]

1	2	3	4	5	Σ
4	7	0	0	0	11

№1

Минимальное четырёхзначное число = 1000. Максимальная сумма цифр ~~четырёхзначного~~ четырёхзначного числа = 36. ⇒ минимальное отношение как минимум двухзначное число.

Чем меньше кол-во десятков двузначного числа, тем меньше отношение. Составлю таблицу зависимости суммы цифр числа и кол-ва десятков в числе отношения числа к сумме его цифр. Буду брать максимальное значение первых 3-ёх цифр четырёхзначного числа, при котором получаем такое кол-во десятков. Если к числу можно добавить одну цифру в конец, так, чтобы ~~его~~ его сумма цифр была правильное ⇒ такое число подходит.

~~Для~~ 100 : 1 = 100; ~~Отношение не начинается с~~ ~~цифры "1"~~ 100 : 2 = 50 ⇒ Отношение не начинается с цифры "1" ~~"1"~~ (т.к. max сумма цифр = 36)

100 : 3 ≈ 33,3 ⇒ рассматриваем с 34 (2 десятка)

100 : 4 = 25 ⇒ рассматриваем с 26 (3 десятка)

100 : 5 = 20 ⇒ рассматриваем с 21 (4 десятка)

100 : 6 ≈ 16,.. ⇒ рассматриваем с 17 (5 десятков)

скобы

Шифр 07720

Сумма цифр	Кол-во десятков 2	3	4	5
17				101
18				107
19				113
20				$\boxed{1199}$
21			104	125
22			109	131
23			114	137
24			119	143
25			124	149
26		103	129	155
27		107	134	161
28		111	139	167
29		115	144	173
30		119	149	179
31		123	154	185
32		127	159	191
33		131	164	197
34	101	135	169	203
35	104	139	174	209
36	107	143	179	215

1199 | 20
−100 | 59,9
199
180
190

К числу 119 можно дописать 9, получится число 1199. Его сумма цифр = 20 и при делении на 20 получим число с кол-вом десятков = 5. Отношение ≈ 59,9. Рассматривать случай, когда десятков ≥ 5 не нужно, т.к. отношение должно быть минимально. Значит искомое четырёхзначное число = 1199.

Ответ: 1199

№2

Дано: два числа x и y, которые удовлетворяют условиям:

Шифр 07720

1) $0 < x < \frac{1}{2}$, $0 < y < \frac{1}{2}$

2) $y^2 - x^2 > y - x$

Д-ть: $y^3 - x^3 > y - x$

Д-во:

1) Рассмотрим условия:

Условие №2

$y^2 - x^2 > y - x$

$(y-x)(y+x) > y - x$

$(y-x)(y+x) - (y-x) > 0$

$(y-x)(y+x-1) > 0$

Условие №1

$\begin{cases} 0 < x < \frac{1}{2} \\ 0 < y < \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow 0 < x + y < \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$0 < x + y < 1$

Из условия №1 получаем, что $0 < x + y < 1 \Rightarrow$

$0 - 1 < y + x - 1 < 1 - 1$

$\cancel{-1 < y + x - 1}$ $-1 < y + x - 1 < 0$

$(y + x - 1) < 0$, а $(y-x)(y+x-1) > 0$, значит

$(y - x) < 0$

2) Рассмотрим то, что нужно доказать

$y^3 - x^3 > y - x$

$(y-x)(y^2 + yx + x^2) > y - x$

$(y-x)(y^2 + yx + x^2) - (y-x) > 0$

$\cancel{(y-x)(y^2 + yx + x^2)}$

скобы

Шифр 07720

$(y-x)(y^2+yx+x^2-1)>0$

Из пункта №1 я выяснил, что $(y-x)<0$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ нужно доказать, что $(y^2+yx+x^2-1)<0$.

$\begin{cases} 0<x<\frac{1}{2} \\ 0<y<\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow 0<y^2+yx+x^2<\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$0<y^2+yx+x^2<\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$

$0<y^2+yx+x^2<\frac{3}{4}$, значит $0<y^2+yx+x^2<1$, значит

$y^2+yx+x^2-1<0$

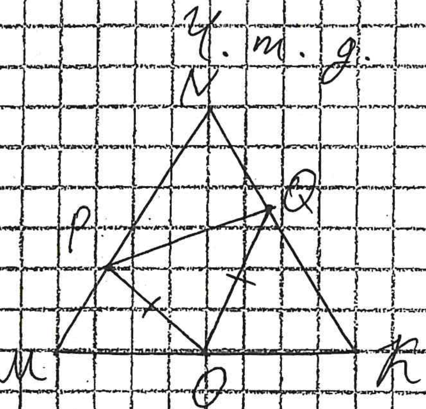
Итог:

$\begin{cases} y-x<0 \\ y^2+yx+x^2-1<0 \end{cases} \Rightarrow (y-x)(y^2+yx+x^2-1)>0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y^3-x^3>y-x$

ч.т.д.

№5



Дано: ΔMNK – равносторонний;

O – середина MK;

$PO=OQ$; $S_{\Delta MNK}=1$

Найти: в каких пределах может меняться длина PQ

Решение:

1) $S_{\Delta MNK}=S_{\text{правильного } \Delta}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=1$ где a – сторона ΔMNK

$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=1 \Rightarrow a^2=\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow a=MK=MN=NK=\frac{2}{\sqrt[4]{3}}=$

$=\frac{2}{(3)^{\frac{1}{4}}}$