

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{6d_2} = \frac{7}{6d_2} \Rightarrow F = \frac{6}{7}d_2 \Rightarrow d_2 = \frac{7}{6}F$$

Пусто а - ширина предмета ABCD ($a = AB = CD$)

$$a = d_1 - d_2$$

Пусто б - ширина изображения A₁B₁C₁D₁ ($b = C_1D_1$)

$$b = f_2 - f_1 = 6d_2 - 2,5d_1$$

$$S_{ABCD} = ah = h(d_1 - d_2)$$

$$S_{A_1B_1C_1D_1} = \frac{A_1D_1 + B_1C_1}{2} \cdot b = \frac{2,5h + 6h}{2} (6d_2 - 2,5d_1) = \frac{8,5h}{2} (6d_2 - 2,5d_1)$$

$$\frac{S_{A_1B_1C_1D_1}}{S_{ABCD}} = \frac{8,5h(6d_2 - 2,5d_1)}{2h(d_1 - d_2)} = \frac{4,25(6d_2 - 2,5d_1)}{d_1 - d_2} = \frac{25,5d_2 - 10,625d_1}{d_1 - d_2}$$

$$= \frac{25,5 \cdot \frac{7}{6}F - 10,625 \cdot \frac{7}{5}F}{\frac{7F}{5} - \frac{7F}{6}} = \frac{29,75F - 14,875F}{\frac{7F}{30}} = \frac{30 \cdot 14,875F}{7F} = 63,75$$

Ответ: 63,75 20

2. Дано:
 $a_1 = a_2 = a$
 $v_1 = 8 \text{ мкм/с}$
 $v_2 = 10 \text{ мкм/с}$
 $s_1 = 8 \text{ мкм}$
 $s_2 = 10 \text{ мкм}$
 $d \geq 1 \text{ мкм}$
 $a = ?$

Решение: рассмотрим ситуацию, когда первый корабль оказался в точке пересечения траекторий, а второй корабль еще в пути, причем расстояние м/у кораблями - 1 мкм. Получается, что первый корабль прошел 8 мкм (все пути s_1), а второй: $10 - 1 = 9 \text{ мкм}$.

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$\begin{cases} s_1 = v_1 t + \frac{at^2}{2} \\ s_2 = v_2 t + \frac{at^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8 = 8t + \frac{at^2}{2} & | \cdot 2 \\ 9 = 10t + \frac{at^2}{2} & | \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16 = 16t + at^2 \\ 18 = 20t + at^2 \end{cases}$$

$$-2 = -4t$$

$$2 = 4t$$

$$t = 0,5 (\text{с})$$

$$2 = 4t$$

$$t = 0,5 (\text{с})$$

$$8 = 8 \cdot 0,5 + \frac{a}{8} \quad | \cdot 8$$

$$64 = 32 + a$$

$$a = 32 (\text{мкм/с}^2)$$

Ответ: 32 мкм/с² 105

Шифр

08421

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
65			<i>Смирнов</i>

1. Дано: Решение: Пусть A, B, C, D - изображение предмета $A_1B_1C_1D_1$. Тогда

$$\Gamma_1 = 2,5$$

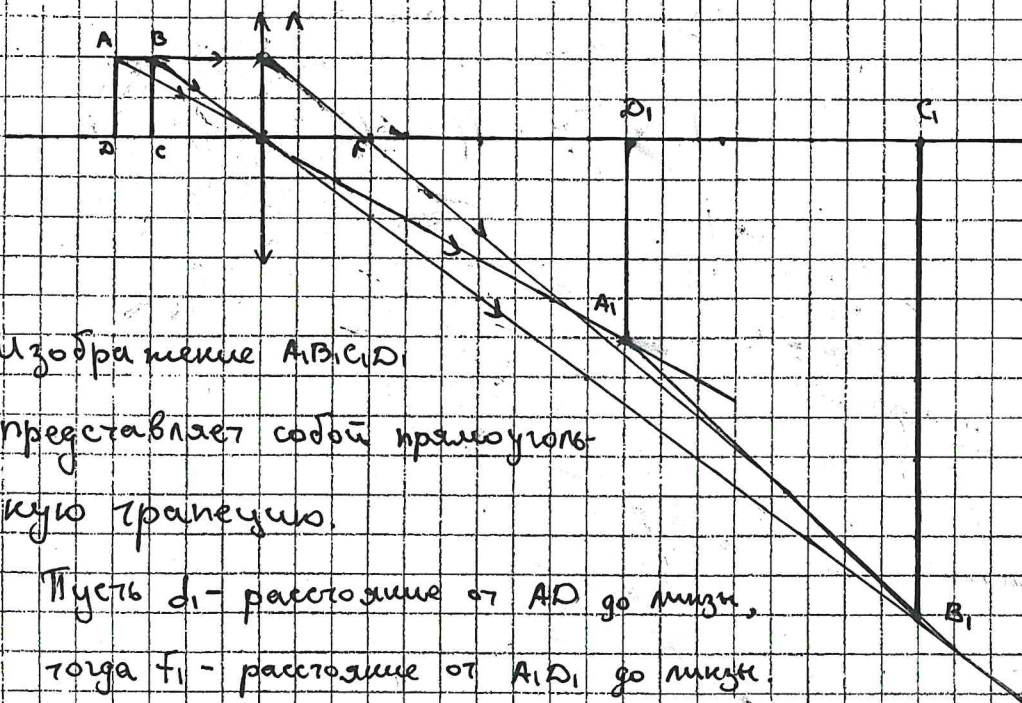
$$\Gamma_2 = 6$$

$$\frac{S_{A_1B_1C_1D_1}}{S_{ABCD}} = ?$$

отражение $\frac{S_{A_1B_1C_1D_1}}{S_{ABCD}}$ - искомое.

Построим изображение предмета $A_1B_1C_1D_1$ в линзе, учитывая,

$$\text{что } \Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d}; \quad \Gamma_1 = \frac{D_1A_1}{DA} = 2,5; \quad \Gamma_2 = \frac{B_1C_1}{BC} = 6.$$



Изображение $A_1B_1C_1D_1$

представляет собой прямоугольную трапецию.

Пусть d_1 - расстояние от AD до линзы,

тогда f_1 - расстояние от A_1D_1 до линзы.

Аналогично d_2 - расстояние от BC до линзы, f_2 - расстояние от B_1C_1 до линзы. Также пусть $AD = BC = h$ - высота предмета $A_1B_1C_1D_1$.

$$\Gamma_1 = \frac{A_1D_1}{AD} = \frac{f_1}{d_1} = 2,5 \Rightarrow f_1 = 2,5d_1; \quad A_1D_1 = 2,5AD = 2,5h$$

$$\Gamma_2 = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{f_2}{d_2} = 6 \Rightarrow f_2 = 6d_2; \quad B_1C_1 = 6BC = 6h.$$

По формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{2,5d_1} = \frac{2,5+1}{2,5d_1} = \frac{3,5}{2,5d_1} \Rightarrow F = \frac{2,5d_1}{3,5} = \frac{5}{7}d_1 \Rightarrow d_1 = \frac{7}{5}F$$

3. Дано:

$$\begin{aligned} m_1 &= 3 \text{ кг} \\ m_2 &= 4 \text{ кг} \\ t_1 &= 10^\circ\text{C} \\ t_2 &= 90^\circ\text{C} \\ m_{\text{ал}} &= 1 \text{ кг} \\ C_{\text{в}} &= 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}} \\ C_{\text{ал}} &= 900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}} \\ \Delta t_n &\leq 5^\circ\text{C} \end{aligned}$$

И-?

Решение: $\Delta t_0 = t_2 - t_1$

$\Delta t_0 = 90^\circ\text{C} - 10^\circ\text{C} = 80^\circ\text{C}$ - разность температур в калориметрах до опытов.

Шифр

08421

1 цикл: 1) Уравнение теплового баланса:

$$Q_{\text{ал}} = Q_{\text{вб1}}$$

$$Q_{\text{ал}} = C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} (t_2 - t_{\text{к1}}) ; Q_{\text{вб1}} = C_{\text{в}} m_1 (t_{\text{к1}} - t_1)$$

$$C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_2 - C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_{\text{к1}} = C_{\text{в}} m_1 t_{\text{к1}} - C_{\text{в}} m_1 t_1$$

$$C_{\text{в}} m_1 t_{\text{к1}} + C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_{\text{к1}} = C_{\text{в}} m_1 t_1 + C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_2$$

$$t_{\text{к1}} (C_{\text{в}} m_1 + C_{\text{ал}} m_{\text{ал}}) = C_{\text{в}} m_1 t_1 + C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_2$$

$$t_{\text{к1}} = \frac{C_{\text{в}} m_1 t_1 + C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_2}{C_{\text{в}} m_1 + C_{\text{ал}} m_{\text{ал}}} ; t_{\text{к1}} = \frac{4200 \cdot 3 \cdot 10 + 900 \cdot 1 \cdot 90}{4200 \cdot 3 + 900 \cdot 1} \approx 15,3^\circ\text{C}$$

и-номер цикла
 $Q_{\text{ал}}$ - тепло, отданное алюминием холодной воде
 $Q_{\text{вб1}}$ - тепло, полученное холодной водой от алюминиевого бруска
 $Q_{\text{алв}}$ - тепло, полученное охлаждающим алюминием бруском от горячей воды
 $Q_{\text{вбн}}$ - тепло, отданное горячей водой алюминиевому бруску

а) $Q_{\text{ал}} = Q_{\text{вб1}}$

$$Q_{\text{ал}} = C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} (t_{\text{к2}} - t_{\text{к1}}) ; Q_{\text{вб1}} = C_{\text{в}} m_2 (t_2 - t_{\text{к2}})$$

$$C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_{\text{к2}} - C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_{\text{к1}} = C_{\text{в}} m_2 t_2 - C_{\text{в}} m_2 t_{\text{к2}}$$

$$t_{\text{к2}} (C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} + C_{\text{в}} m_2) = C_{\text{в}} m_2 t_2 + C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_{\text{к1}}$$

$$t_{\text{к2}} = \frac{C_{\text{в}} m_2 t_2 + C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_{\text{к1}}}{C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} + C_{\text{в}} m_2} ; t_{\text{к2}} = \frac{4200 \cdot 4 \cdot 90 + 900 \cdot 1 \cdot 15,3}{900 \cdot 1 + 4200 \cdot 4} \approx 86,2^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_1 = t_{\text{к2}} - t_{\text{к1}} ; \Delta t_1 = 86,2 - 15,3 = 70,9^\circ\text{C} - \text{разность температур в калориметрах после 1 цикла}$$

2 цикл: 1) $Q_{\text{ал}} = Q_{\text{вб2}}$

$$Q_{\text{ал}} = C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} (t_{\text{к3}} - t_{\text{к2}}) ; Q_{\text{вб2}} = C_{\text{в}} m_1 (t_{\text{к3}} - t_{\text{к1}})$$

$$C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_{\text{к3}} - C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_{\text{к2}} = C_{\text{в}} m_1 t_{\text{к3}} - C_{\text{в}} m_1 t_{\text{к1}}$$

$$t_{\text{к3}} (C_{\text{в}} m_1 + C_{\text{ал}} m_{\text{ал}}) = C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_{\text{к2}} + C_{\text{в}} m_1 t_{\text{к1}}$$

$$t_{\text{к3}} = \frac{C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_{\text{к2}} + C_{\text{в}} m_1 t_{\text{к1}}}{C_{\text{в}} m_1 + C_{\text{ал}} m_{\text{ал}}} ; t_{\text{к3}} = \frac{900 \cdot 1 \cdot 86,2 + 4200 \cdot 3 \cdot 15,3}{4200 \cdot 3 + 900 \cdot 1} \approx 20^\circ\text{C}$$

а) $Q_{\text{ал}} = Q_{\text{вб2}}$

$$Q_{\text{ал}} = C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} (t_{\text{к4}} - t_{\text{к3}}) ; Q_{\text{вб2}} = C_{\text{в}} m_2 (t_{\text{к2}} - t_{\text{к4}})$$

$$C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_{\text{к4}} - C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_{\text{к3}} = C_{\text{в}} m_2 t_{\text{к2}} - C_{\text{в}} m_2 t_{\text{к4}}$$

$$C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_{\text{к4}} + C_{\text{в}} m_2 t_{\text{к4}} = C_{\text{в}} m_2 t_{\text{к2}} + C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_{\text{к3}}$$

$$t_{\text{к4}} (C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} + C_{\text{в}} m_2) = C_{\text{в}} m_2 t_{\text{к2}} + C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_{\text{к3}}$$

$$t_{\text{к4}} = \frac{C_{\text{в}} m_2 t_{\text{к2}} + C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} t_{\text{к3}}}{C_{\text{ал}} m_{\text{ал}} + C_{\text{в}} m_2} ; t_{\text{к4}} = \frac{4200 \cdot 4 \cdot 86,2 + 900 \cdot 1 \cdot 20}{900 \cdot 1 + 4200 \cdot 4} \approx 82,8^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_2 = t_{\text{к4}} - t_{\text{к3}} ; \Delta t_2 = 82,8 - 20 = 62,8^\circ\text{C} - \text{разность температур после 2 цикла}$$

$$\Delta t_0 = 80^\circ\text{C} = 100\%$$

$$\Delta t_1 = 70,9^\circ\text{C} = x\%$$

$$x = \frac{70,9 \cdot 100}{80} = 88,6$$

$$\Delta t_1 = \Delta t_0 \cdot 0,886$$

$$\Delta t_1 = 70,9^\circ\text{C} = 100\%$$

$$\Delta t_2 = 62,8^\circ\text{C} = y\%$$

$$y = \frac{62,8 \cdot 100}{70,9} \approx 88,6\%$$

$$\Delta t_2 = \Delta t_1 \cdot 0,886$$

Можно сделать вывод, что с каждым новым циклом опыта разность температур в калориметрах уменьшается на одно и то же число процентов $(100 - 88,6 = 11,4)$ - на 11,4%.

Можно выразить зависимость: $\Delta t_{n+1} = 0,886 \Delta t_n$

$$\Delta t_0 = 80^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_1 = 0,886 \Delta t_0 \Rightarrow \Delta t_1 = 0,886 \cdot 80 \approx 70,9^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_2 = 0,886 \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_2 = 0,886 \cdot 70,9 \approx 62,8^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_3 = 0,886 \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_3 = 0,886 \cdot 62,8 \approx 55,6^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_4 = 0,886 \Delta t_3 \Rightarrow \Delta t_4 = 0,886 \cdot 55,6 \approx 49,3^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_5 = 0,886 \Delta t_4 \Rightarrow \Delta t_5 = 0,886 \cdot 49,3 \approx 43,7^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_6 = 0,886 \Delta t_5 \Rightarrow \Delta t_6 = 0,886 \cdot 43,7 \approx 38,7^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_7 = 0,886 \Delta t_6 \Rightarrow \Delta t_7 = 0,886 \cdot 38,7 \approx 34,3^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_8 = 0,886 \Delta t_7 \Rightarrow \Delta t_8 = 0,886 \cdot 34,3 \approx 30,4^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_9 = 0,886 \Delta t_8 \Rightarrow \Delta t_9 = 0,886 \cdot 30,4 \approx 26,9^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{10} = 0,886 \Delta t_9 \Rightarrow \Delta t_{10} = 0,886 \cdot 26,9 \approx 23,8^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{11} = 0,886 \Delta t_{10} \Rightarrow \Delta t_{11} = 0,886 \cdot 23,8 \approx 21,1^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{12} = 0,886 \Delta t_{11} \Rightarrow \Delta t_{12} = 0,886 \cdot 21,1 \approx 18,7^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{13} = 0,886 \Delta t_{12} \Rightarrow \Delta t_{13} = 0,886 \cdot 18,7 \approx 16,6^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{14} = 0,886 \Delta t_{13} \Rightarrow \Delta t_{14} = 0,886 \cdot 16,6 \approx 14,7^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{15} = 0,886 \Delta t_{14} \Rightarrow \Delta t_{15} = 0,886 \cdot 14,7 \approx 13^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{16} = 0,886 \Delta t_{15} \Rightarrow \Delta t_{16} = 0,886 \cdot 13 \approx 11,5^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{17} = 0,886 \Delta t_{16} \Rightarrow \Delta t_{17} = 0,886 \cdot 11,5 \approx 10,2^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{18} = 0,886 \Delta t_{17} \Rightarrow \Delta t_{18} = 0,886 \cdot 10,2 \approx 9^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{19} = 0,886 \Delta t_{18} \Rightarrow \Delta t_{19} = 0,886 \cdot 9 \approx 8^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{20} = 0,886 \Delta t_{19} \Rightarrow \Delta t_{20} = 0,886 \cdot 8 \approx 7,1^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{21} = 0,886 \Delta t_{20} \Rightarrow \Delta t_{21} = 0,886 \cdot 7,1 \approx 6,3^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{22} = 0,886 \Delta t_{21} \Rightarrow \Delta t_{22} = 0,886 \cdot 6,3 \approx 5,58^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{23} = 0,886 \Delta t_{22} \Rightarrow \Delta t_{23} = 0,886 \cdot 5,58 \approx 4,95^\circ\text{C} \Rightarrow \text{после 23 цикла разность температур меньше } 5^\circ\text{C} \Rightarrow \text{нужно 23 цикла} \Rightarrow n=23$$

Ответ: $n=23$

20

4. Дано:

$$x = \frac{1}{2} l_k$$

$$S_1 = S_2 = S$$

$$r_1 = r_2 = r$$

$$S_1 = S_2 = S$$

Решение:

$$R = \frac{\rho l}{S}; \quad R_k = \frac{\rho l_k}{S} = \frac{\rho \cdot 2\pi r}{S}$$

$$R_x = \frac{\rho x}{S} = \frac{\rho \cdot l_k}{4S} = \frac{\rho \cdot 2\pi r}{4S} = \frac{R_k}{2}$$

Судя по рисунку $l_x = 0,5x$

$$R_B = \frac{\rho l_B}{S} = \frac{\rho \cdot 0,5x}{S} = \frac{\rho \cdot 0,5 \cdot 0,25 l_k}{S} = \frac{\rho l_k}{8S} = \frac{\rho \cdot 2\pi r}{8S} = \frac{R_k}{8}$$

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_x} \Rightarrow \frac{1}{R_{AB}} = \frac{8}{R_k} + \frac{2}{R_k} = \frac{10}{R_k} \Rightarrow R_{AB} = \frac{R_k}{10}$$

$$\frac{R_k}{R_{AB}} = \frac{R_k \cdot 10}{R_k} = 10$$

Ответ: 10

15