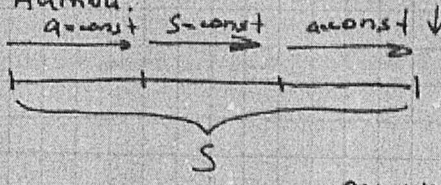
Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
55			

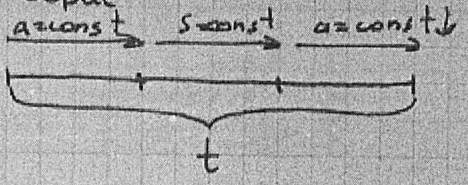
Шифр 041001

Задача 1

Антон:



Борис



Главное, что мы будем рассматриват это разница того, что Антон и Борис разделяли на 3 части, только Антон путь, а Борис - время

Время Антона:

1) 1 часть пути:

$S_1 = \frac{1}{2} at^2$

$\frac{S}{3} = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{3a}}$

$V = at = a\sqrt{\frac{2S}{3a}} = \sqrt{\frac{2aS}{3}}$

2) 2 часть пути

$t_2 = \frac{S}{3v} = \frac{S}{3\sqrt{\frac{2aS}{3}}} = \sqrt{\frac{S}{6a}}$

3) 3 часть пути:

$t_1 = t_3$, т.к $a_1 = |a_3|$

a_3 берем по модулю, т.к мы рассматриваем время, а не направление, замедление

$T_A = t_1 + t_2 + t_3 = 2t_1 + t_2$

Время Бориса:

1) 1 часть пути:

$S_1 = \frac{1}{2} a \left(\frac{t}{3}\right)^2$

2) 2-часть

$S_2 = v\left(\frac{T}{3}\right)$

3) 3 часть пути:

$a_1 = a_3$, т.к замедляется с тем же a

путь Бориса:

$S = S_1 + S_2 + S_3$

$S = 2S_1 + S_2$

$S = a\left(\frac{t}{3}\right)^2 + v\left(\frac{t}{3}\right)$

$vT_Б = a\left(\frac{t}{3}\right)^2 + v\left(\frac{t}{3}\right) \; / v$

$T_Б = \frac{at^2}{9v} + \frac{t}{3}$

Время Бориса больше времени Антона => Антон финиширует первым. Это связано с тем, что Антон части пути бежит с большей скоростью, а Борис тратит время на поддержание скорости

$\Delta T = T_Б - T_A \qquad \Delta T = \frac{at^2}{9v} + \frac{t}{3} - 2t_1 + t_2$

Ответ: $\Delta T = T_Б - T_A = \frac{at^2}{9v} + \frac{t}{3} - 2t_1 + t_2$

−10б

Место для скобы

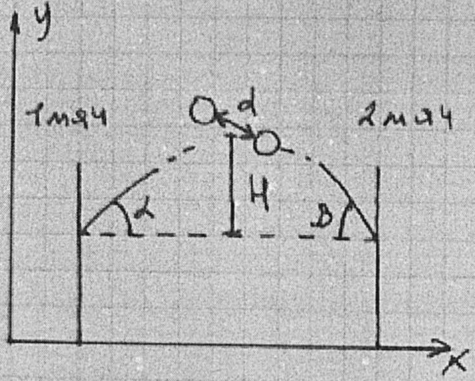
ОРМО

Открытая региональная межвузовская олимпиада

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

Задача 2



V_0 - начальная скорость мячиков
α и β - углы бросков
S - расстояние м/у жанглерами
H - высота броска

d_{min} - ?

1 мяч:
$x_1 = V_0\cos\alpha\cdot t$
$y_1 = V_0\sin\alpha\cdot t$

2 мяч:
$x_2 = S - V_0\cos\beta t$
$y_2 = V_0\sin\beta t$

Расстояние м/у мячиками

$$d^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$$
$$d^2=(S-V_0\cos\beta\cdot t-V_0\cos\alpha\cdot t)^2+(V_0\sin\beta\cdot t-V_0\sin\alpha t)^2$$
$$d^2=(S-V_0t(\cos\alpha+\cos\beta))^2+V_0^2t^2(\sin\beta-\sin\alpha)^2$$

Чтобы найти dmin, нужно найти t, когда d-производная будет = 0

$$d'=(S-V_0t(\cos\alpha+\cos\beta)^2+V_0^2t^2(\sin\beta-\sin\alpha)^2)'=0$$
$$-2V_0(S-V_0t(\cos\alpha+\cos\beta))(\cos\alpha+\cos\beta)+2V_0^2t(\sin\beta-\sin\alpha)^2=0 \ /:2$$
$$-V_0(S-V_0t(\cos\alpha+\cos\beta))(\cos\alpha+\cos\beta)+V_0^2t(\sin\beta-\sin\alpha)^2=0$$
$$t(V_0(\cos\alpha+\cos\beta)^2+V_0(\sin\beta-\sin\alpha)^2)=S(\cos\alpha+\cos\beta)$$
$$t=\frac{S(\cos\alpha+\cos\beta)}{V_0((\cos\alpha+\cos\beta)^2+(\sin\beta-\sin\alpha)^2)}$$

$$d^2=\left(S-\cancel{V_0}\left(\frac{S(\cos\alpha+\cos\beta)}{\cancel{V_0}((\cos\alpha+\cos\beta)^2+(\sin\beta-\sin\alpha)^2)}\right)(\cos\alpha+\cos\beta)\right)^2+\cancel{V_0^2}\left(\frac{S(\cos\alpha+\cos\beta)}{\cancel{V_0}((\cos\alpha+\cos\beta)^4+(\sin\beta-\sin\alpha)^2)}\right)^2\cdot$$
$$\cdot(\sin\beta-\sin\alpha)$$

$$d=\sqrt{S-\frac{S(\cos\alpha+\cos\beta)(\cos\alpha+\cos\beta)}{(\cos\alpha+\cos\beta)^2+(\sin\beta-\sin\alpha)^2}+\frac{V_0S^2(\cos\alpha+\cos\beta)^2(\sin\beta-\sin\alpha)}{(\cos\alpha+\cos\beta)^4(\sin\beta-\sin\alpha)^2}}$$

Если углы бросков разные, то мячи в процессе полета не пересекутся, а минимальное расстояние будет зависеть от углов

Если $\alpha=\beta$, то мячи встретятся ~~но~~ в середине траектории и dmin будет равно нулю

15

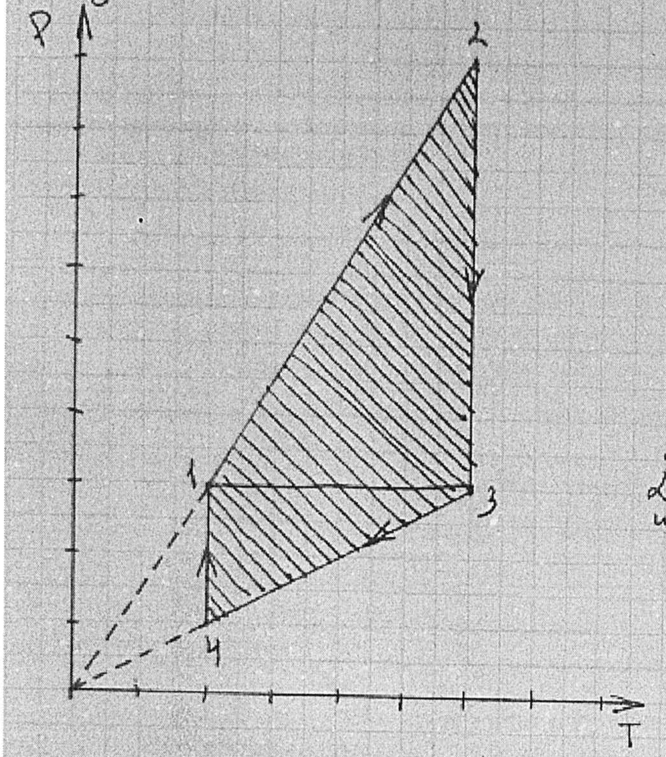
Место для скобы

ОРМО
Открытая региональная межвузовская олимпиада

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

Задача 3



КПД тепловой машины:

$$\eta = \frac{A}{Q} \cdot 100\%$$

A - работа
Q - кол-во теплоты

Чтобы найти A, нам необходимо найти площадь четырехугольника

Площадь данного четырехугольника можно найти путем сложения 2х площадей прямоугольных треугольников

$\sqcup$ — 1см

$$S_{132} = \frac{4 \cdot 6}{2} = \frac{24}{2} = 12 см$$

$$S_{314} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4 см$$

$$S_{чет.} = 4 + 12 = 16 см$$

$S = A = 16$ Дж

Теперь необходимо найти кол-во теплоты

$$Q = P_2(T_2 - T_1) = 9(6-2) = 36 Дж$$

$$\eta = \frac{16}{36} \cdot 100\% = 0,44 \cdot 100\% = 44\% \text{ —}$$

Ответ: $\eta = 44\%$

6б

Место для скобы

ОРМО

Открытая региональная
межвузовская олимпиада

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

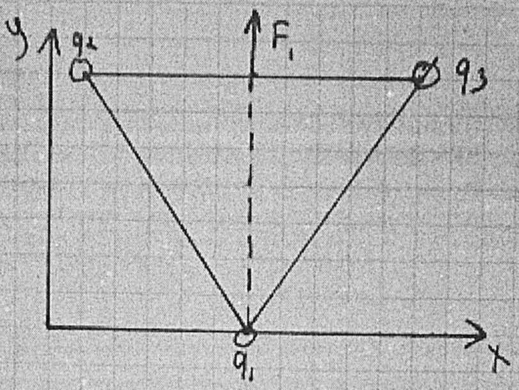
Задача 4

r - расстояние м/у шариками

q_1, q_2, q_3 - заряды

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ - потенциалы

F_1 - ?



Закон кулона:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F = k\frac{q_2 q_3}{r^2}$$

$$F = k\frac{q_1 q_3}{r^2}$$

По оси X:

$$F_x = F_{12}\cos 30^\circ - F_{13}\cos 30^\circ$$

По оси Y:

$$F_y = 2\left(\frac{1}{2}F - F\right)$$

Так как горизонтальная составляющая равна нулю, вертикальная равна F => Результирующая сила первого заряда

$$F_1 = F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} + k\frac{q_1 q_3}{r^2}$$

$$F_1 = k\frac{q_1}{r^2}(q_2 + q_3)$$

Сила F_1 направлена вертикально вверх, и равна: $F_1 = \frac{kq_1}{r^2}(q_2 + q_3)$

65

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

Задача 5

Дано:
$V = 5000 м^3$
$p(H) = 110.000 Па$
$h = const$
$T = 43°C = 316 K$
$\varphi(до) = 0,1$
$\varphi(после) = 0,9$
$P(н.п) = 9000 Па$
$R_H = 4124 Дж/кг \cdot K$
$R_в = 287 Дж/кг \cdot K$
$p(атм) = 10^5 Па$

m - ?

Решение:
Чтобы найти то, сколько небходимо сбросить с шара, нам нужно найти подъемные силы до и после попадания шара в область с влажностью 90°, и найти их разницу, это и будет той массой, которую нужно сбросить

$$F = (\rho_{в} - \rho_{вд}) V g$$

Изменение влажности влияет на плотность воздуха, а значит влияет и на подъемную силу.

1. Находим плотность водорода в шаре

$$\rho(H) = \frac{P(H)}{R(H) \cdot T} = \frac{110.000}{4124 \cdot 316} = 0,0851 кг/м^3$$

2. Находим плотность воздуха до изменения влажности.

Давление паров в воздухе:

$$P_v = \varphi_1 \cdot P(насп) = 0,1 \cdot 9000 = 900 Па \leftarrow R_v = 461 Дж/кг \cdot K$$

$$P_д = P(атм) - p_v = 100000 - 900 = 99100 Па$$

$$\rho_{вд} = \frac{P_д}{R_в \cdot T} + \frac{P_v}{R_v \cdot T} \qquad \rho_{вдд} = \frac{99100}{287 \cdot 316} + \frac{900}{461 \cdot 316} = 1,102 кг/м^3$$

3. Находим плотность воздуха после увеличения влажности (после увеличения влажности все величины я записала с черточкой!)

$$p_v' = \varphi_2 \cdot P_{(нас)} = 0,9 \cdot 9000 = 8100 Па$$

$$P_д = P(атм) - p_v' = 100000 - 8100 = 91900 Па$$

$$\rho'_{вдд} = \frac{P_д'}{R_в \cdot T} + \frac{P_v'}{R_v \cdot T} \qquad \rho'_{вдд} = \frac{91900}{287 \cdot 316} + \frac{8100}{461 \cdot 316} = 1,1073 кг/м^3$$

4. Находим подъемную силу до и после

$$F = V(\rho_{в} - \rho_{водо}) V \cdot$$ (g не учитываем, т.к g = const)

$$F = 5000(1,102 - 0,0851) = 5000 \cdot 1,0169 = 5084,5 Н$$

$$F' = 5000(1,1073 - 0,0851) = 5000 \cdot 0,9877 = 4939,5 Н$$

$$\Delta F = m$$

$$m = F - F' = 5084,5 Н - 4939,5 = 145 кг$$

Ответ: m = 145кг.