

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
165	12.03.25	Лугин Н.Э.	Л
Шифр 025-2-ст-112			

Задача №1

$$\left(\frac{7+a-b}{a}\right)^2 + \left(\frac{2+b-c}{a}\right)^2 + \left(\frac{9+c-a}{a}\right)^2$$

Найти: $a; b; c$.

Приравняем скобки к 0

$$\begin{cases} 7+a-b=0 \\ a+b-c=0 \\ 9+c-a=0 \end{cases}$$

Получим: $(a-b) + (b-c) + (c-a) = 7-2-9$

$$0 = -18 \Rightarrow a = x; b = x+7; c = x+9$$

$$(7+x-x-7)^2 + (2+x+7-x-5)^2 + (9+x+9-x)^2$$

$$0^2 + 0^2 + 18^2 \Rightarrow 0 + 0 + 324$$

$$18^2 \Rightarrow 324; \text{ Ответ: } 324.$$

Частный случай

Задача №2

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506$$

Найти: $P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4)$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1/x^2$$

где x_1, x_2, x_3, x_4 - корни $Q(x)$

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = (-x_1 + 506) + (-x_2 + 506) + (-x_3 + 506) + (-x_4 + 506) =$$

$$\Rightarrow x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2; = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 4 \cdot 506$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -1$$

$$-(-1) + 4 \cdot 506 = 1 + 2024 = 2025$$

Задача №3

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \frac{\cos \frac{x^2 + \sqrt{2x-4}}{18}}{18} = 0$$

$$-1 \leq \cos \frac{x^2 + \sqrt{2x-4}}{18} \leq 1$$

$$\begin{cases} x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - 1 \leq 0 \\ x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 10 \leq 0 \\ x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 12 \geq 0 \end{cases}$$

Замена: $x^2 = t^2 - 1$

$$1) t^2 - 1 - 6t + 10 \leq 0$$

$$t^2 - 6t + 9 \leq 0$$

$$2) t^2 - 6t + 11 \geq 0$$

$$D = b^2 - 4ac; D = 36 - 4 \cdot 1 \cdot 11 = 36 - 44 = -8$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр 025-2-дп-112

Продолжение 3-го

$$(t-3)^2 \leq 0$$

$$t = 3$$

Подставим: $\sqrt{x^2+1}=3$, Возведем выражение в квадрат

$$x^2+1=3^2 \Rightarrow x^2+1=9 \Rightarrow x^2=9-1 \quad x^2=8 \Rightarrow x=\pm\sqrt{8} \text{ или}$$

$$x=\pm 2\sqrt{2}$$

котор. не есть

45

Задача 4

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

$$x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \dots + x_n^{n-1} = x_1 x_2 \dots x_n$$

Заменим: $t = x - n + 1$; $t_1, t_2, \dots, t_n \geq 1$

$$(t_1+n-1)^{n-1} + \dots + (t_n+n-1)^{n-1} = (t_1+n-1)(t_2+n-1)\dots(t_n+n-1)$$

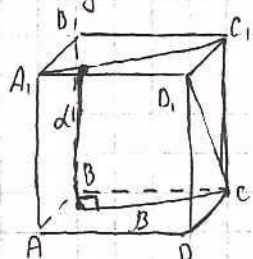
$$\frac{(t_1+n-1)^{n-1} + (t_2+n-1)^{n-1} + \dots + (t_n+n-1)^{n-1}}{n} \geq \sqrt[n]{(t_1+n-1)^{n-1}(t_2+n-1)^{n-1}\dots(t_n+n-1)^{n-1}}$$

$$= n \sqrt[n]{(t_1+n-1)^{n-1}(t_2+n-1)^{n-1}\dots(t_n+n-1)^{n-1}} = (t_1+n-1)(t_2+n-1)\dots(t_n+n-1)$$

$$t_1, t_2, \dots, t_n \geq 1, \text{ тогда } (x_1-n+1)(x_2-n+1)\dots(x_n-n+1) \geq 1$$

25

Задача 5



$$d \perp A_1C_1$$

$$B \parallel (CD_1)$$

$$\varphi = ?$$

$$\begin{aligned} A_1 & (0; 0; a) \\ C_1 & (a; a; a) \\ A_1C_1 & (a; a; 0) \\ A_1B_1 & (a; 0; 0) \\ A_1C_1 \cdot A_1B_1 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C & (a; a; 0) \\ D_1 & (0; a; a) \\ CD_1 & (-a; 0; a) \\ AB & (a; 0; 0) \\ CD_1 \cdot AB & \end{aligned}$$

$$nd = \begin{vmatrix} a & a & 0 \\ a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & a^2 \\ -a & 0 & a \\ a & 0 & 0 \end{vmatrix} = (0; 0; -1)$$

$$nB = \begin{vmatrix} -a & 0 & a \\ a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -a & 0 & a \\ a & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \end{vmatrix} = (0; 1; 0)$$

$$\cos \varphi = \frac{nd \cdot nB}{|nd| |nB|}$$

$$\varphi = 90^\circ$$

35

$$(0; 0; -1) \cdot (0; 1; 0) = 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + (-1) \cdot 0 = 0$$

$$\text{Ответ: } \varphi = 90^\circ$$