

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
145	21.08.24	Гендрина	

N1

$$3^{4046} - 3^{2023} \cdot 5^{1012} + 5^{2023} = 3^{2 \cdot 2023} - 3^{2023} \cdot 5^{1012} + 5^{2023 \cdot 2} =$$

$$= 9 \cdot 3^{2023} - 3^{2023} \cdot 5^{1012} + 25 \cdot 5^{1012} = (3^{2023} + 25)(5^{1012} - 9)$$

35

Замечаем, что $3^{2023} + 25$ оканчивается на $\dots 29 + 25 = \dots 54$, а $5^{1012} - 9$ на $\dots 25 - 9 = \dots 16$. При их умножении получится четное число, которое кратно 1 и само себя делит на 2, \Rightarrow число составное.

1	2	3	4	5
3	1	2	1	7

N2

$$t^4 - 2\sqrt{13}t^2 + t + 13 - \sqrt{13} = 0$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$(t^2)^2 - 2\sqrt{13}t^2 + 13 + t - \sqrt{13} = 0$$

$$(t^2 - \sqrt{13})^2 + t - \sqrt{13} = 0$$

$$(t^2 - \sqrt{13})^2 = \sqrt{13} - t, t \leq \sqrt{13} \Rightarrow \text{нет действительных корней.}$$

10

Ответ: Нет корней.

N3

Пусть масса 1 и 3 бруска - $m_1, 2 - m_2$, тогда серебра в 1 и 2.

$m_1 + m_2 = 0,7$; в 2 и 3 - $m_1 + m_2 = 0,8$; в 2 и 3: $m_1 + m_2 = 0,8$.

20

получим систему уравнений, которую решим методом сложения:

$$\begin{cases} m_1 + m_2 = 0,7 \\ m_1 + m_2 = 0,8 \\ m_1 + m_2 = 0,8 \end{cases}$$

Залита в стале из 1-го бруска серебра: $\frac{0,7}{2} = 0,35 = 35\%$

Залита в стале из 2-го бруска серебра: $\frac{0,8}{2} = 0,4 = 40\%$

Залита в стале из 3-го бруска серебра: $\frac{0,8}{2} = 0,4 = 40\%$

Ответ: 15%.

№4

$$\begin{cases} 0 < a < \frac{1}{2}, \\ b^2 - a^2 > b - a; \\ 0 < b < \frac{1}{2} \end{cases}$$

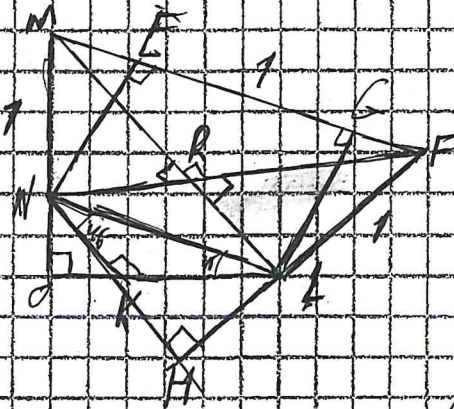
$$b^2 - a^2 > b - a \Rightarrow (b-a)(b+a) > b-a \Rightarrow \begin{cases} b-a > 0 \\ b+a > 0 \end{cases} \Rightarrow b > a.$$

~~б³ - а³ > б² - а²~~ Тогда $b^3 - a^3 > b - a$, что можно проверить методом числам, угадав угадываем.

Пример $b=3, a=2$: $3^3 - 2^3 = 27 - 8 = 19 > 3 - 2 = 1$ Проверка верна.

15

№5



Проведем NO и OK , $NO \perp OK$ (по усл.)

Проведем KH и HL , $KH \perp HL$ (по усл.)

$\triangle NOK \sim \triangle KHL$ ($\angle NOK = \angle KHL = 90^\circ$, $\angle OKN$ и $\angle KHL$ - вертикальные).

Заметим, что $\triangle NMF$ и $\triangle MFL$ - равнобедр.

ML и FK - медиана, высота и биссектр.

MF - общ. сторона, $MN = FL$.

$ML \perp MF$ - равнобедр. равнос. \Rightarrow (по т. Пифагора) \Rightarrow

$\Rightarrow \triangle NMF \cong \triangle MFL$, тогда $NR = RL$, $\angle NRL = 90^\circ \Rightarrow \triangle NRLK$ - равнобедр.

$KN = KL$. $\triangle NHZ \sim \triangle NOZ$ (по 3-м углам), $\triangle NOZ = \triangle KHL$.

Проведем NE и $LG \perp MF$. По к. равнос. $ME = GF$.

Заметим, что $EG = \frac{1}{2} MF = 0,5$, $FG = NL$ (по к. равнос. равнобедр.).

$$NK = KL = x, 2x^2 = 0,25 \Rightarrow x = \sqrt{0,125} \Rightarrow 2x = 2\sqrt{0,125} = \sqrt{0,5} < 1 \Rightarrow$$

\Rightarrow утверждение верно.

75
70