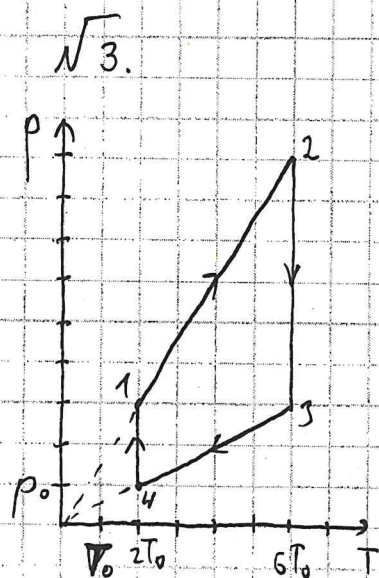


Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
880		Червinskaya АС	Яку
Шифр			041001



Перейдем в pV координаты, учитывая,
что процессы 2-3 и 4-1 это изотермические процессы,
а 1-2 и 3-4 - изохорические (т.к. $p \propto T$, где $\nu = \text{const}$,
 $\Rightarrow V = \text{const}$).

Найдем A как
площадь 1-2-3-4.

$$A_{1-2} = A_{3-4} = 0, \text{ т.к. процессы изохорич.}$$

$$A_{2-3} = \int_{V_2}^{V_3} p dV = \int_{V_2}^{V_3} \frac{\nu R T_{2-3}}{V} dV = \nu R T_{2-3} \ln V \Big|_{V_2}^{V_3} = \nu R T_{2-3} \ln \frac{V_3}{V_2}$$

$$A_{4-1} = -A_{1-4} = - \int_{V_2}^{V_3} p dV = - \int_{V_2}^{V_3} \nu R T_{1-4} \cdot \frac{dV}{V} = -\nu R T_{1-4} \ln \frac{V_3}{V_2}$$

$$A_{1-2-3-4} = A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-4} + A_{4-1} = \nu R T_{2-3} \ln \frac{V_3}{V_2} - \nu R T_{1-4} \ln \frac{V_3}{V_2} =$$

$$= \nu R \cdot \ln \frac{V_3}{V_2} \cdot (T_{2-3} - T_{1-4})$$

$$Q_k = Q_{1-2} + Q_{2-3} = \cancel{A_{1-2}} + \Delta U_{1-2} + A_{2-3} + \cancel{\Delta U_{2-3}} = \Delta U_{1-2} + A_{2-3}$$

$$\Delta U_{1-2} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) \quad A_{2-3} = \nu R T_{2-3} \ln \frac{V_3}{V_2}$$

$$\eta = \frac{\nu R \cdot \ln \frac{V_3}{V_2} (T_2 - T_1)}{\frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \nu R T_{2-3} \ln \frac{V_3}{V_2}} \cdot 100\% = \frac{\ln \frac{V_3}{V_2} (T_2 - T_1)}{\frac{3}{2} (T_2 - T_1) + T_2 \ln \frac{V_3}{V_2}} \cdot 100\%$$

Т.к. 2-3: $T = \text{const}$, $\Rightarrow pV = \text{const}$, $\Rightarrow \frac{V_3}{V_2} = \frac{p_2}{p_3} = \frac{3}{1} = 3$ Пусть на графике
 pT делить равны p_0, T_0 на соотв. осях, тогда $T_2 - T_1 = 6T_0 - 2T_0 = 4T_0$; $T_2 = 6T_0$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

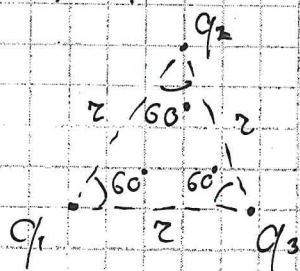
Шифр

№3 (продолжение)

$$\eta = \frac{\ln 3 \cdot \frac{1}{2} 4T_0}{\frac{3}{2} 4T_0 + 6T_0 \cdot \ln 3} \cdot 100\% = \frac{4 \ln(3)}{6 + 6 \ln(3)} \cdot 100\% = \frac{2 \ln(3)}{3(1 + \ln(3))} \cdot 100\% \approx 34,9\% \approx 35\%$$

Ответ: 35% ✓

№4.



Обозначим заряды как q_1, q_2, q_3 , стороны треугольника r .

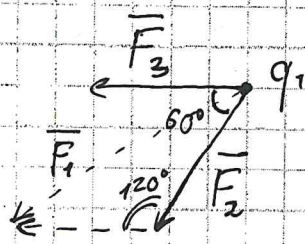
$$\varphi_1 = \frac{k q_1}{r} \quad \varphi_2 = \frac{k q_2}{r} \quad \varphi_3 = \frac{k q_3}{r} \quad (1)$$

На q_1 действуют силы Кулона от q_2 и q_3 , равные по модулю $\frac{k |q_1| |q_2|}{r^2}$ и $\frac{k |q_1| |q_3|}{r^2}$ соотв. П.и. по усл. $q_1 > 0, q_2 > 0, q_3 > 0$, то

$$F_2 = \frac{k q_1 q_2}{r^2}, \quad F_3 = \frac{k q_1 q_3}{r^2}, \quad \text{где } F_2, F_3 - \text{модули кулоновских сил.}$$

$$\text{Из (1) выразим } \frac{q_1}{r} = \frac{\varphi_1}{k}; \quad \frac{q_2}{r} = \frac{\varphi_2}{k}, \quad \frac{q_3}{r} = \frac{\varphi_3}{k}$$

$$\text{Тогда } F_2 = k \cdot \frac{\varphi_1}{k} \cdot \frac{\varphi_2}{k} = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{k} \quad F_3 = k \cdot \frac{\varphi_1}{k} \cdot \frac{\varphi_3}{k} = \frac{\varphi_1 \varphi_3}{k}$$



По теореме косинусов:

$$F_1^2 = F_2^2 + F_3^2 - 2 \cdot \cos 120^\circ \cdot F_2 \cdot F_3$$

$$F_1^2 = \frac{\varphi_1^2 \varphi_2^2}{k^2} + \frac{\varphi_1^2 \varphi_3^2}{k^2} + \frac{\varphi_1^2 \varphi_2 \varphi_3}{k^2} = \frac{\varphi_1^2}{k^2} (\varphi_2^2 + \varphi_2 \varphi_3 + \varphi_3^2)$$

$$F_1 = \frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_2 \varphi_3 + \varphi_3^2}$$

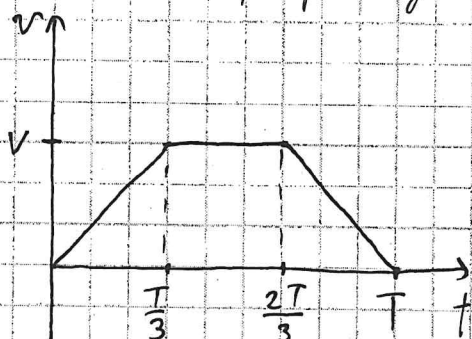
$$\text{Ответ: } \frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_2 \varphi_3 + \varphi_3^2} = ?$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

№ 1.

Рассм. график движения Бориса $v(t)$:



Пусть общее время его движения равно T .

III. и ускорения на первом и последнем отрезках равны по модулю, то $\frac{dv}{dt} = k$ секунд, $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ трапеция равнобедренная.

$S = \int_0^T v dt$, т.е. площадь под графиком $v(t)$.

$$S = v \cdot \left(\frac{2T}{3}\right) + 2 \cdot \frac{1}{2} v \cdot \frac{T}{3} = \frac{vT}{3} + \frac{vT}{3} = \frac{2}{3} vT, \Rightarrow T = \frac{3}{2} \frac{S}{v}.$$

Рассм. движение Антона.

Пусть общ. время его движения равно τ , а время, за кот.

он прошел участки $[0; \frac{S}{3}]$; $[\frac{S}{3}; \frac{2S}{3}]$; $[\frac{2S}{3}; S]$ — τ_1, τ_2, τ_3 соотв.

$$\tau_2 = \frac{S/3}{v} = \frac{S}{3v}$$

Найдём τ_1 из формулы кинематики:

$$\begin{cases} \frac{S}{3} = 0 + \frac{a\tau_1^2}{2} \\ S = \frac{2S}{3} + v\tau_3 - \frac{a\tau_3^2}{2} \\ \tau_1 = \tau_3 \text{ (в силу симметрии, т.к. } |a_1| = |a_2|) \end{cases}$$

a — модуль ускорения
(равны по числу)

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{S}{3} = \frac{a\tau_1^2}{2} \\ \frac{S}{3} = v\tau_1 - \frac{a\tau_1^2}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \frac{a\tau_1^2}{2} = v\tau_1 \quad | : \tau_1 \quad (\text{т.к. } \tau_1 \neq 0, \text{ иначе Антон разогнал бы мгновенно})$$

$$v = a\tau_1, \Rightarrow a = \frac{v}{\tau_1} \Rightarrow \frac{S}{3} = \frac{v\tau_1^2}{2\tau_1} = \frac{v\tau_1}{2} \Rightarrow \tau_1 = \frac{2}{3} \frac{S}{v} = \tau_3$$

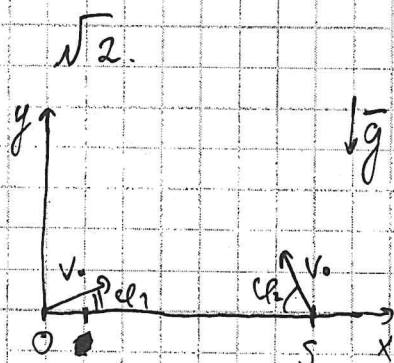
$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 2 \cdot \frac{2}{3} \frac{S}{v} + \frac{S}{3v} = \frac{5S}{3v}$$

$$\Delta t = \tau - T = \frac{5S}{3v} - \frac{3S}{2v} = \frac{S}{6v} > 0 \Rightarrow \text{Антон придёт первым.}$$

Ответ: Антон придёт первым; $\Delta t = \frac{S}{6v}$.

188

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			



Введем ортогональные оси x, y .

Пусть первый снаряд стоит в т. начала координат, а второй в т. $(s; 0)$.

Запишем ур-я кинематики:

$$\begin{cases} y = 0 + V_0 t \sin \varphi - \frac{g t^2}{2} \\ x = V_0 t \cos \varphi \Rightarrow t = \frac{x}{V_0 \cos \varphi} \end{cases} \Rightarrow y = \frac{V_0 \sin \varphi \cdot x}{V_0 \cos \varphi} - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{V_0^2 \cos^2 \varphi}$$

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \varphi - \frac{g}{2 V_0^2} \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) x^2$$

Подставим значения $(x, y) = (0; s)$:

$$0 = s \cdot \operatorname{tg} \varphi - \frac{g}{2 V_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi) \cdot s^2 \quad | : s, \operatorname{tg} \varphi = \theta$$

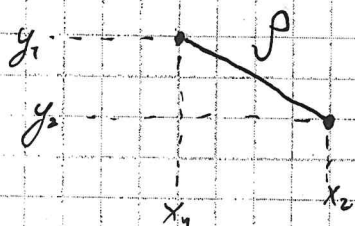
$$\theta - \frac{g s}{2 V_0^2} (1 + \theta^2) = 0, \Rightarrow \frac{g s}{2 V_0^2} \theta^2 - \theta + \frac{g s}{2 V_0^2} = 0 \quad D = 1 - 4 \cdot \frac{g s}{2 V_0^2} \cdot \frac{g s}{2 V_0^2}$$

$$= 1 - \frac{g^2 s^2}{V_0^4}$$

$$\theta = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{g s}{V_0^2}\right)^2}}{2 \cdot \frac{g s}{2 V_0^2}} = \frac{1}{g s} \pm \frac{V_0^2}{g s} \sqrt{1 - \left(\frac{g s}{V_0^2}\right)^2} = \frac{V_0^2}{g s} \pm \sqrt{\left(\frac{V_0^2}{g s}\right)^2 - 1}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \varphi = \frac{V_0^2}{g s} \pm \sqrt{\left(\frac{V_0^2}{g s}\right)^2 - 1}, \Rightarrow \begin{cases} \varphi_1 = \arctg\left(\frac{V_0^2}{g s} + \sqrt{\left(\frac{V_0^2}{g s}\right)^2 - 1}\right) \\ \varphi_2 = \arctg\left(\frac{V_0^2}{g s} - \sqrt{\left(\frac{V_0^2}{g s}\right)^2 - 1}\right) \end{cases}$$

Обозн. за ρ расстояние между снарядами.



Из Th Пифагора $\rho = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$\begin{aligned} x_2(t) &= s - V_0 t \cdot \cos \varphi_2 & y_2(t) &= V_0 t \cdot \sin \varphi_2 - \frac{g t^2}{2} \\ x_1(t) &= V_0 t \cdot \cos \varphi_1 & y_1(t) &= V_0 t \cdot \sin \varphi_1 - \frac{g t^2}{2} \end{aligned}$$

$$y_2(t) - y_1(t) = V_0 t (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) \Rightarrow (y_2 - y_1)^2 = V_0^2 t^2 (\sin^2 \varphi_2 - \sin^2 \varphi_1)^2$$

$$x_2(t) - x_1(t) = s - V_0 t (\cos \varphi_2 + \cos \varphi_1) \Rightarrow (x_2 - x_1)^2 = s^2 + V_0^2 t^2 (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2)^2 -$$

$$- 2 s V_0 t (\cos \varphi_2 + \cos \varphi_1) \quad \text{Заметим, что } V_0^2 t^2 [(\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)^2 + (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2)^2] = V_0^2 t^2 [1 + 1 - 2 \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + 2 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2] = 2 V_0^2 t^2 [1 - \cos(\varphi_1 + \varphi_2)]$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

№2 (продолжение)

$$\rho = \sqrt{S^2 + 2V_0^2 t^2 (1 - \cos(\varphi_1 + \varphi_2)) - 2SV_0 t (\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2)}$$

Найдем мин. значение ρ . По нормам в функции, квадратично зависящая от t , $t_0 = \frac{2SV_0(\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2)}{2 \cdot 2V_0^2(1 - \cos(\varphi_1 + \varphi_2))} = \frac{S}{2V_0} \frac{\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2}{1 - \cos(\varphi_1 + \varphi_2)}$

$\rho(t_0)$ - минимальное расстояние.

$$\rho(t_0) = \sqrt{S^2 + 2V_0^2 \cdot \frac{S^2}{4V_0^2} \cdot \frac{(\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2)^2}{(1 - \cos(\varphi_1 + \varphi_2))^2} - (1 - \cos(\varphi_1 + \varphi_2)) - 2SV_0 \cdot \frac{S}{2V_0}}$$

$$\frac{(\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2)^2}{1 - \cos(\varphi_1 + \varphi_2)} = S \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2} - 1\right) \cdot \frac{(\cos \varphi_1 + \cos \varphi_2)^2}{1 - \cos(\varphi_1 + \varphi_2)}}$$

$$\cos \varphi_1 = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \varphi_1}}$$

$$\cos \varphi_2 = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \varphi_2}}$$

$$\rho_{\min} = S \sqrt{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{(\cos(\arctg(\frac{V_0^2}{gS} + \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1})) + \cos(\arctg(\frac{V_0^2}{gS} - \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1}))}{1 - \sin(\arctg(\frac{V_0^2}{gS} + \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1})) \sin(\arctg(\frac{V_0^2}{gS} - \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1}))}}$$

$$+ \cos(\arctg(\frac{V_0^2}{gS} + \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1})) \cos(\arctg(\frac{V_0^2}{gS} - \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1})) =$$

$$= S \sqrt{1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - (\frac{V_0^2}{gS} + \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1})^2} + 2 \sqrt{1 - (\frac{V_0^2}{gS} + \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1})^2} \cdot \sqrt{1 - (\frac{V_0^2}{gS} - \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1})^2} +$$

$$4 - \cos(\arctg(\frac{V_0^2}{gS} + \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1}) + \arctg(\frac{V_0^2}{gS} - \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1}))}$$

$$+ \sqrt{1 - (\frac{V_0^2}{gS} - \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1})^2}$$

$$\text{Ответ: } S \sqrt{1 - \frac{1}{2} \frac{1}{1 - (\frac{V_0^2}{gS} + \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1})^2} + \frac{1}{1 - (\frac{V_0^2}{gS} - \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1})^2} + 2 \sqrt{1 - (\frac{V_0^2}{gS} + \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1})^2} \cdot \sqrt{1 - (\frac{V_0^2}{gS} - \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1})^2} +$$

$$4 - \cos(\arctg(\frac{V_0^2}{gS} + \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1}) + \arctg(\frac{V_0^2}{gS} - \sqrt{\frac{V_0^4}{g^2 S^2} - 1}))}$$

№5.

$$V = 5.000 \text{ м}^3 \quad \varphi_1 = 10^\circ \quad p_h = 100 \text{ мм рт.ст.}$$

$$T = (43 + 273) \text{ К} = 316 \text{ К}$$

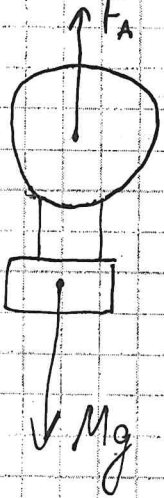
$$p_{h,2} = 110 \text{ мм рт.ст.} \quad \varphi_2 = 90^\circ$$

$$T = 43^\circ \text{С} \quad p_{h,n} = 9 \text{ мм рт.ст.}$$

$$p_{\text{вв}} = p_{\text{св}} + p_{\text{вн}} \quad \left(\begin{array}{l} p_{\text{св}} - \text{давл. влажного воздуха} \\ p_{\text{св}} - \text{давл. сухого воздуха} \\ p_{\text{вн}} - \text{давл. влажного пара} \end{array} \right)$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№ 5 (продолжение)



Т.к. шар в начале движется на одной высоте, $\sum \vec{F}_i = 0$

~~При этом $\sum p$ на оболочку шара, иначе он бы сжимался/разжимался, чего не происходит.~~

Шар герметичен, масса $\rho_{H_2} = \rho_A$, а это не мен. $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \rho_{H_2} V_{H_2} = \text{const.}$$

$$\varphi = \frac{\rho_H}{\rho_{H_2}} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\rho_{H1}}{\rho_{H2}} \Rightarrow \rho_{H1} = 9 \text{ кг/м}^3 \cdot 0,1 = 0,9 \text{ кг/м}^3$$

$$\varphi_2 = \frac{\rho_{H2}}{\rho_{H2}} \Rightarrow \rho_{H2} = 9 \text{ кг/м}^3 \cdot 0,9 = 8,1 \text{ кг/м}^3$$

давл. паров
в смеси
воздуха.

$$\rho_{с.в.} = \text{const, т.к. } T = \text{const} \Rightarrow \Delta \rho_{с.в.} = \Delta \rho_{с.н.} = 8,1 \text{ кг/м}^3 - 0,9 \text{ кг/м}^3 = 7,2 \text{ кг/м}^3$$

$$\begin{cases} 10,0 \text{ кг/м}^3 \sim Mg \\ 10,7,2 \text{ кг/м}^3 \sim M - mg \end{cases} \Rightarrow 7,2 \text{ кг/м}^3 \sim mg$$

$$F_A = \rho_{с.н.} \cdot V \cdot g$$

$$\rho = \frac{p}{RT}$$

$$\Rightarrow F_A = \frac{\mu p V g}{RT}$$

$$F_{A1} = \frac{\mu_{с.н.} \cdot p_A \cdot V \cdot g}{RT} = \frac{29 \cdot 100 \text{ кг/м}^3 \cdot 5000 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 316 \text{ К}} = 5521,7581,26 \text{ Н}$$

$$F_{A2} = \frac{\mu_{с.н.} \cdot (p_A + \Delta p_{с.в.}) \cdot V \cdot g}{RT} = 5919,3590,15 \text{ Н}$$

$$\frac{\Delta F_A}{g} = 387562,8854 \text{ м нужна добавка, т.к. } \rho_2 > \rho_1, \text{ т.к. } \varphi_2 > \varphi_1,$$

а параметр γ не меняется (иначе он бы не находился на одной высоте и его оболочка бы сжималась/разжималась).

м - ?

125