

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
25	14.03	Хмельва	

Шифр

1 2 3 4 5 Σ
7 7 0 7 0 25 баллов

Задача 1

① $f(a, b, c) = (10+a-b)^2 + (2-b-c)^2 + (3+c-a)^2$ и найдем частные производные

1) $f/a = 2(10+a-b)(-1) + 2(3+c-a)(-1) = 2(10+a-b) - 2(3+c-a) =$
 $= 20 + 2a - 2b - 6 - c + a = 4a - 2b - 2c + 14$

2) $f/b = 2(10+a-b)(-1) + 2(2-b-c)(-1) = -20 - 2a + 2b + 4 + 2b - 2c =$
 $= -2a + 4b - 2c - 16$

3) $f/c = 2(2+b-c)(-1) + 2(3+c-a)(1) = -4 - 2b + 2c + 6 + 2c - 2a =$
 $= -2a - 2b + 4c + 2$

② Приравняем к нулю

1) $4a - 2b - 2c + 14 = 0 \quad | :2$

$2a - b - c + 7 = 0$

2) $-2a + 4b - 2c - 16 = 0 \quad | :2$

$-a + 2b - c - 8 = 0$

3) $-2a - 2b + 4c + 2 = 0 \quad | :2$

$-a - b + 2c + 1 = 0$

③ $(2a - b - c + 7) - (-a + 2b - c - 8) = 0$

$3a - 3b + 15 = 0$

$a - b + 5 = 0$

$a = b - 5$

$-(b-5) - b + 2c + 1 = 0$

$-2b + 2c + 6 = 0$

$-b + c + 3 = 0 \quad c = b - 3$

$2(b-5) - b - (b-3) + 7 = 0$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

042200

1 2 3 4 5
7 1 1 1 10

$$2b - 10 - b - b + 3 + 7 = 0$$

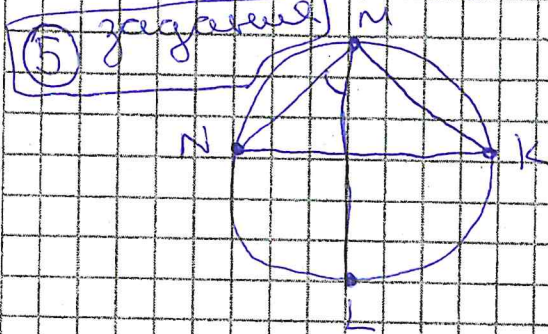
$$0 = 0$$

$$f(b) = (10 + (b-5) - b)^2 + (2+b - (b-3))^2 + (3+(b-3) - (b-5))^2$$

$$f(b) = 5^2 + 5^2 + 5^2$$

$$f(b) = 25 + 25 + 25 = 75$$

Ответ: 75



Дано:

$$S_{MNK} = 81$$

$$\angle LMN = 30^\circ$$

ML - биссектриса $\angle NML$

Найти:

$$MN + MK = ?$$

Решение:

Пусть $MN = a$; Поскольку $\angle LMN = 30^\circ \Rightarrow \angle MLK = a - 30^\circ$

Поскольку L находится на биссектрисе $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \angle MLN = a - 30^\circ$$

$$1) S_{MNL} = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot ML \cdot \sin(30^\circ)$$

$$\text{т.к. } \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{MNL} = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot ML \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} MN \cdot ML$$

$$2) S_{MLK} = \frac{1}{2} \cdot ML \cdot MK \cdot \sin(a - 30^\circ)$$

3) Общая площадь

$$S_{MNK} = S_{MNL} + S_{MLK} = 81$$

$$\frac{1}{4} \cdot MN \cdot ML + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot ML \cdot MK \cdot \sin(a - 30^\circ) = 81$$

4) По свойствам биссектрисы

$$\frac{MN}{MK} = \frac{ML}{ML} \quad ? \quad MN = x$$

$$MK = y$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$\frac{x}{y} = \frac{ML}{ML}$$

5) Подставим в уравнение

$$\frac{1}{4} \cdot ML + \frac{1}{2} ML \cdot \sin(\alpha - 30^\circ) = 81$$

6) Выразим $x+y=MN+MK$

Зная, что $SMN \cdot K = 81$

$$\text{Пусть } ML = h \Rightarrow \frac{1}{4} \cdot h + \frac{1}{2} h \cdot \sin(\alpha - 30^\circ) = 81$$

7) Найдём сумму $MN+MK=18$

Ответ: 18

4 задание

1) ~~Решение задачи~~

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4)$$

$$1) P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 50$$

Выразим $P(x)$ через $Q(x)$, поскольку $Q(x) = 0$

$$\frac{x^6}{x^4} = x^2$$

$$x^2 Q(x) = x^6 - x^5 - 4x^4 + x$$

2) Вычтем из $P(x)$

$$P(x) - (x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2) = -x + 50$$

$$P(x) = Q(x) \cdot (x^2) + (-x + 50) \quad \checkmark$$

$$3) P(x_1) = Q(x_1) \cdot (x_1)^2 + (-x_1 + 50)$$

Поскольку $Q(x_1) = 0$, то

$$P(x_1) = -x_1 + 50$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
16	18.03	Хасанова	
Шифр			

~~1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100~~

4) Найдем сумму

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = (-x_1 + 50) + (-x_2 + 50) + (-x_3 + 50) + (-x_4 + 50) = -(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 200$$

5) $Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{-a_3}{a_4} = -1$$

6) Подставим значение

$$P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = -(-1) + 200 = 1 + 200 = 201 \Rightarrow \text{Ответ: } 201$$

2 задание

1) Найдите вершину параболы $f(x) = x^2 + ax + b$

Абсцисса вершины $x_v = -\frac{a}{2}$, Ордината вершины $y_v = -\frac{a^2}{4} + b$

$$= -\left(\frac{a^2}{4}\right) + b$$

2) По условию $f(x) \geq -\frac{9}{10}$ для всех x

$\Rightarrow$ это минимальное значение функции $f(x)$ (ордината вершины параболы) не меньше $-\frac{9}{10}$

$$\Rightarrow -\left(\frac{a^2}{4}\right) + b \geq -\frac{9}{10}; \quad b \geq \frac{a^2}{4} - \frac{9}{10}$$

3) Так a и b - целые числа; a^2 - целое число
Рассмотрим возможные значения b

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Если $a=0$, то $b \geq \frac{9}{10} \Rightarrow b \geq 0$ (т.к. b -целое число)

Тогда $f(x) = x^2 + b \geq 0$ (т.к. $b \geq 0$ и $x^2 \geq 0$) $\Rightarrow f(x) \geq 0 > -\frac{1}{4}$

Если $a=1$, то $b \geq \frac{1}{4} - \frac{9}{10} = 5 - \frac{18}{20} = \frac{13}{20} \Rightarrow b \geq 0$ (т.к. b -целое число) $\Rightarrow f(x) = x^2 + x + b \geq x^2 + x$

Минимальное значение $x^2 + x = -\frac{1}{4}$ (при $x = -\frac{1}{2}$)

Если $a=0$, то $b \geq \frac{9}{10} \Rightarrow b \geq 0$ (т.к. b -целое) $\Rightarrow$

$\Rightarrow f(x) = x^2 + b \geq 0$ (т.к. $b \geq 0$ и $x^2 \geq 0$) $\Rightarrow f(x) \geq 0 > -\frac{1}{4}$

Если $a=1$, то $b \geq \frac{1}{4} - \frac{9}{10} = 5 - \frac{18}{20} = -\frac{13}{20} \Rightarrow b \geq 0$ (т.к. b -целое)

$\Rightarrow f(x) = x^2 + b \geq x^2 + x$; Минимальное значение $x^2 + x = -\frac{1}{4}$ (при $x = -\frac{1}{2}$), значит $f(x) \geq -\frac{1}{4}$

Если $a=2$, то $b \geq \frac{4}{9} - \frac{9}{10} = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10} \Rightarrow b \geq 0$ (т.к. b -целое)

Тогда $f(x) = x^2 + 2x + b \geq x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 \geq 0$ значит $f(x) \geq 0 > -\frac{1}{4}$

Если $|a| \geq 3$, то $b \geq \frac{a^2}{4} - \frac{9}{10} \geq \frac{9}{4} - \frac{9}{10} = \frac{(45-18)}{20} = \frac{27}{20} > 1$

Значит $b \geq 2$, тогда $f(x) = x^2 + ax + b \geq \frac{a^2}{4} + 2 > -\frac{1}{4}$

т.к. $\frac{a^2}{4} < \frac{9}{10} \leq b \Rightarrow$ Во всех случаях $f(x) \geq -\frac{1}{4}$, тогда для всех действительных x выполнено $f(x) \geq -\frac{1}{4}$

70

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

Задача 3

$$1) a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$\text{Дана } n = 2025;$$

$$625 = 25 + \cancel{2024d} d(2025-1)$$

$$625 = 25 + 2024d$$

$$600 = 2024d$$

$$d = \frac{600}{2024} = \frac{150}{506} = \frac{75}{253}$$

✓ (26)

$$2) a_n = 25 + \frac{75}{253}(n-1)$$

$$3) S = \frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{2024}} + \sqrt{a_{2025}}}$$