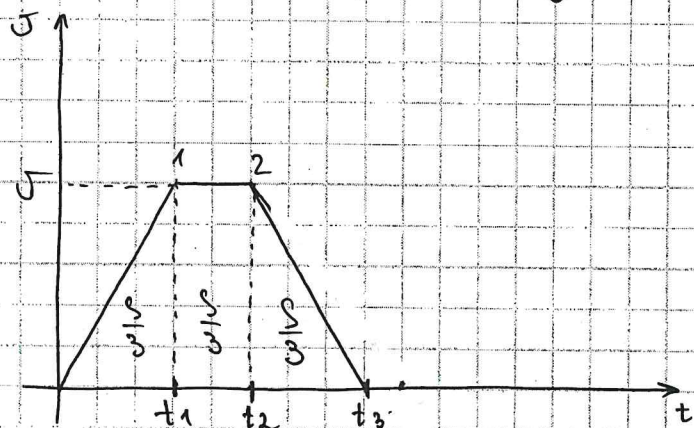


Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
825		Червенецкая А.С.	Жур
Шифр			041019

N1

Построим график зависимости скорости A от времени.



Через время t_1 объект A стал двигаться со скоростью v ;

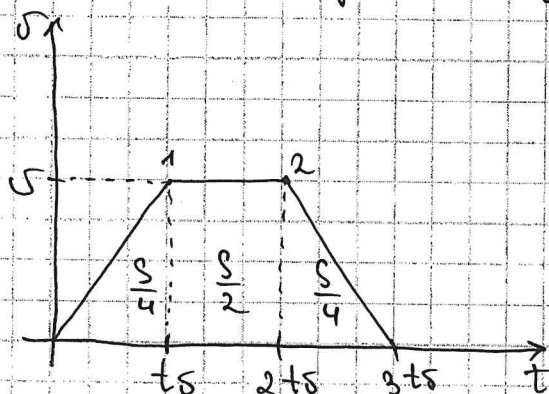
$t_2 - t_1$ - время движения со скоростью v

$(t_2 - t_1) = \frac{t_1}{2}$, так как площадь фигур $0 t_1$ и $t_1 t_2 t_3$ равна $\frac{S}{3}$

$t_3 - t_2 = t_1$, так как это торможение с таким же по модулю ускорением

Пусть $t_1 = 4t'$, где t' - некоторое время, тогда:

Построим график зависимости скорости B от времени:



Пусть t_5 - один из равных промежутков времени движения B

Исходя из графика: площади фигур $0 t_5$, $t_5 - 2t_5$ и $2t_5 - 3t_5$

Площадь за время t_5 B проехал $\frac{S}{4}$.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Поскольку σ одинакова для А и Б, то $\frac{t_1}{t_5} = \frac{S}{3} \cdot \frac{S}{4} = \frac{4}{3}$

Таким образом $t_5 = 3t'$

$$\frac{S}{3} = \frac{0+5}{2} t_1 \quad \left(\frac{S}{3} \text{ выражение для перемещения через начальную и конечную скорость} \right)$$

~~$$3t_5 = 3t_1$$~~
$$t_1 = \frac{2S}{3 \cdot 5} = 4t' ; t' = \frac{S}{60}$$

Значит, $t_3 = 10t' = \frac{5S}{30}$

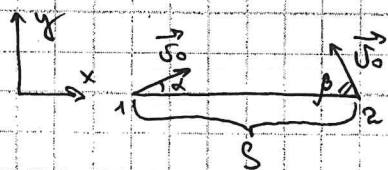
$$3t_5 = 9t' = \frac{3S}{20}$$

Таким образом, Б обгонит А на время $\Delta t = t_3 - 3t_5 =$

$$= \frac{S}{60} \quad \checkmark \quad \text{206}$$

Ответ: Б обгонит А на время $\Delta t = \frac{S}{60}$

№2



Пусть первый снаряд кидает под углом α к горизонту, а второй под углом β

Длина пути для первого по горизонтальной оси x :

$$S = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}; \text{ для второго: } S = \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{g}$$

Отсюда следует, что $\sin 2\alpha = \sin 2\beta$, тогда:

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \cos \beta; \sin \beta = \cos \alpha$$

Рассмотрим положение маркеров в некоторый момент t :



Расстояние между ними: $\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$,

где Δx и Δy — разница координат мар-

керов по осям x и y соответственно ($\Delta x = x_2 - x_1$; $\Delta y = y_2 - y_1$)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Найдем зависимость координат x_1, y_1, x_2, y_2 от времени:

$$\begin{cases} x_1 = v_0 \cos \alpha t \\ y_1 = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \\ x_2 = s - v_0 \cos \beta t \\ y_2 = v_0 \sin \beta t - \frac{gt^2}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x_1(t) = v_0 \cos \alpha t \\ y_1(t) = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} \\ x_2(t) = s - v_0 \sin \alpha t \\ y_2(t) = v_0 \cos \alpha t - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = s - v_0 t (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 = v_0 t (\cos \alpha - \sin \alpha)$$

$$\Delta l = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{2v_0^2 t^2 - 2v_0 s t (\sin \alpha + \cos \alpha) + s^2}$$

Пог корнем квадратичная зависимость

Значит, минимальное значение Δl достигается, когда:

$$t_{\min} = \frac{2v_0 s (\sin \alpha + \cos \alpha)}{4v_0^2} = \frac{s}{2v_0} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

Подставим значение $t_{\min}$:

$$\begin{aligned} \Delta l &= \sqrt{\frac{2v_0^2 s^2}{4v_0^2} (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - \frac{2sv_0 s}{2v_0} (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + s^2} = ? \\ &= s \sqrt{-\frac{1+2\sin \alpha \cos \alpha}{2} + 1} = s \sqrt{\frac{1}{2} - \sin \alpha \cos \alpha} = s \sqrt{\frac{1-2\sin \alpha \cos \alpha}{2}} = \\ &= \sqrt{\frac{1-\sin 2\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2} - \sin \alpha \sin \beta} \end{aligned}$$

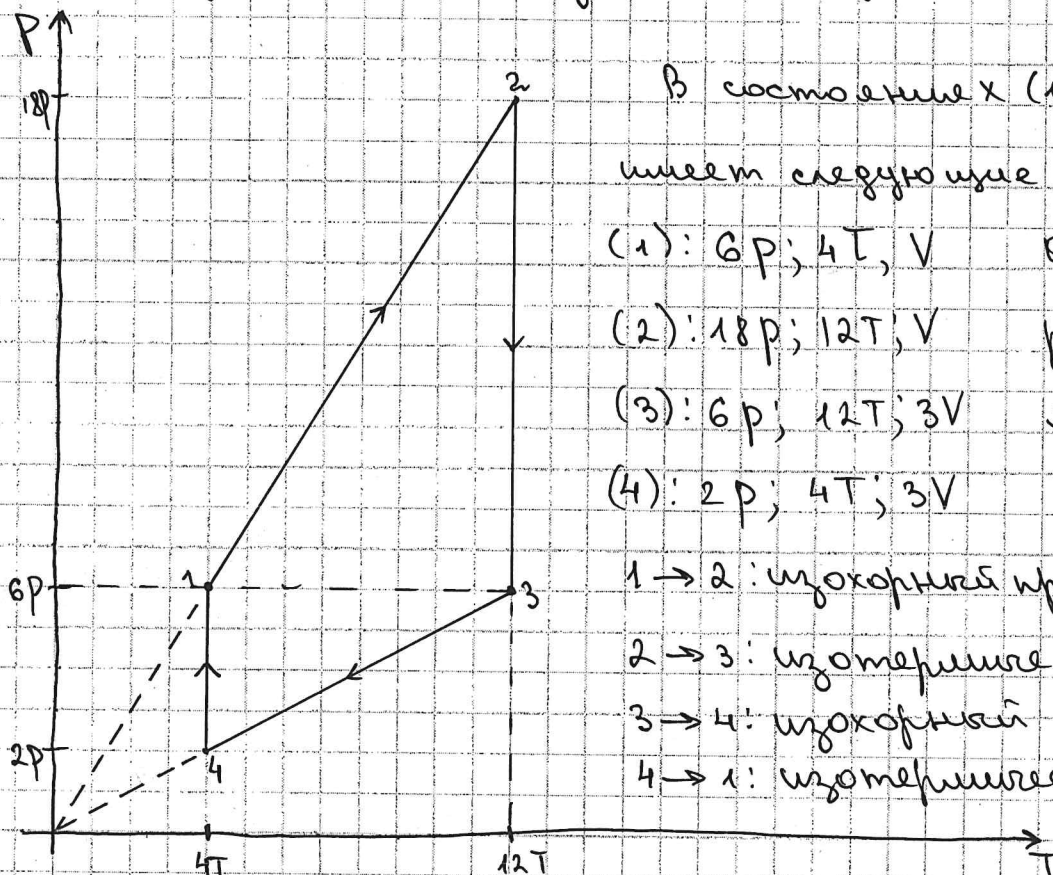
Ответ: $s \sqrt{\frac{1}{2} - \sin \alpha \sin \beta}$ - где α и β -
углы, под которыми бросили
мечи.

125

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№3

Изобразим график, данный в условии задачи:



В состоянии x (1); (2); (3); (4) газ имеет следующие характеристики:

(1): $6p$; $4T$, V Объем примет
(2): $18p$; $12T$, V равным V в состо-
(3): $6p$; $12T$; $3V$ янии (1)
(4): $2p$; $4T$; $3V$

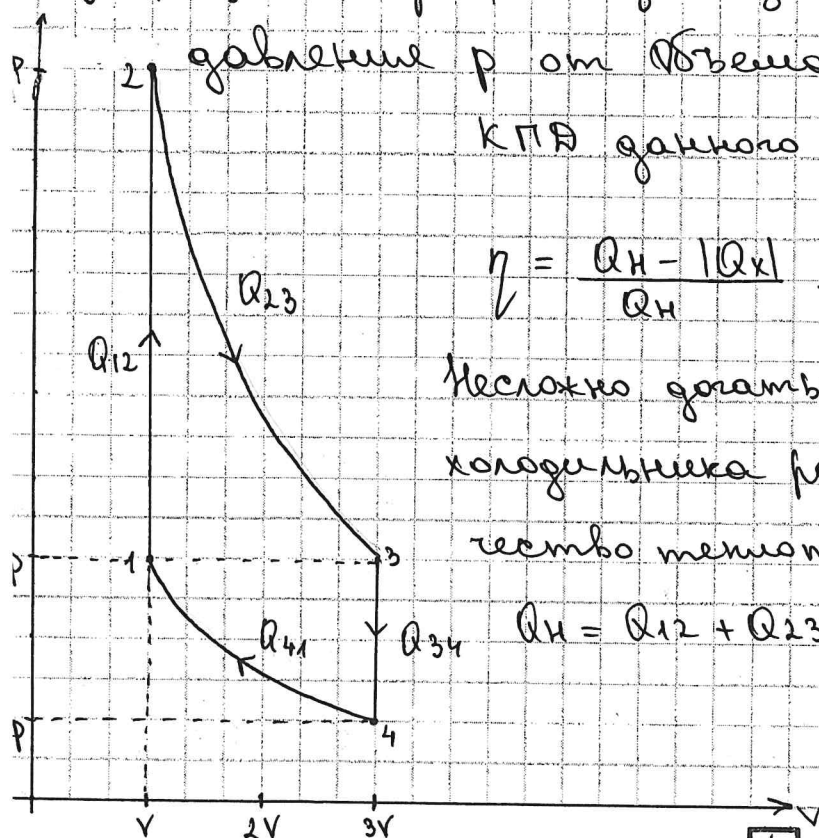
1 → 2: изохорный процесс

2 → 3: изотермический процесс

3 → 4: изохорный процесс

4 → 1: изотермический процесс

Изобразим график зависимости ~~объема~~ ~~от~~ ~~температуры~~ давления p от объема V :



КПД данного цикла будет вычисляться

$$\eta = \frac{Q_H - |Q_X|}{Q_H} = 1 - \frac{|Q_X|}{Q_H}$$

Не сложно догадаться, что Q_X - количество теплоты холодильника равно: $Q_X = Q_{34} + Q_{41}$; Q_H - количество теплоты нагревателя равно:

$$Q_H = Q_{12} + Q_{23}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Вычислим Q_x : $Q_x = Q_{34} + Q_{41} = \Delta U_{34} + A_{234} + \Delta U_{41} + A_{241}$

$\Delta U_{41} = 0$ (изотермический процесс); $A_{234} = 0$ (изохорный процесс), тогда: $Q_x = \Delta U_{34} + A_{241}$

В данном случае работа газа будет равна площади фигуры под изотермой и выразиться будет через интеграл, сделав некоторые математические преобразования получим, что работе газа в общем виде равна: $A_2 = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$, где $\frac{V_2}{V_1}$ — отношение конечного объема к начальному, тогда:

$$Q_x = \frac{1}{2} \nu R (4T - 12T) + 4 \nu RT \ln \left(\frac{3V}{3V} \right) = \frac{3 \cdot (-8)}{2} \nu RT + 4 \nu RT \ln \left(\frac{1}{3} \right) = \\ = \nu RT (-12 + 4 \ln \frac{1}{3}); \text{ аналогично } Q_H:$$

$$Q_H = Q_{12} + Q_{23} = \Delta U_{12} + A_{212} + \Delta U_{23} + A_{223} = \Delta U_{12} + A_{223} = \\ = \frac{1}{2} \nu R (12T - 4T) + 12 \nu RT \ln \frac{3V}{V} = \frac{3 \cdot 8}{2} \nu RT + 12 \nu RT \cdot \ln 3 = \\ = \nu RT (12 + 12 \ln 3) = 12 \nu RT (1 + \ln 3)$$

$$\eta = 1 - \frac{|Q_x|}{Q_H} = 1 - \frac{|4 \ln \frac{1}{3} - 12| \nu RT}{12 \nu RT (1 + \ln 3)} = \frac{|4 (\ln 3^{-1} - 3)|}{1 - 12 (1 + \ln 3)} = \\ = 1 - \frac{|\ln 3^{-1} - 3|}{3 + 3 \ln 3} = 1 - \frac{|\ln 3^{-1} + 3|}{3 + 3 \ln 3} \approx \cancel{0,3489} 0,3489$$

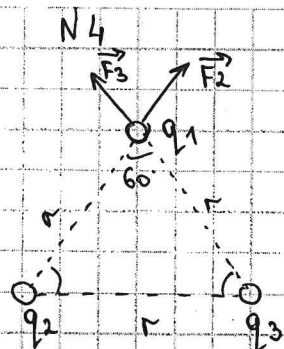
$\eta(\%)$ — КПД, выраженное в процентах равно:

$$\eta(\%) = 100 \eta \approx 35\%$$

Ответ: 35%.

205

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			



$$\varphi_1 = \frac{k q_1}{r}, \text{ примем } \epsilon \text{ за единицу}$$

$$\varphi_2 = \frac{k q_2}{r}$$

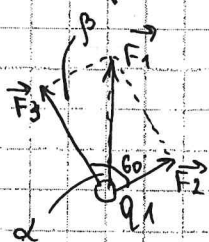
$$\varphi_3 = \frac{k q_3}{r}$$

На первый шарик действует второй с силой F_2 и третий с силой F_3 :

$$F_2 = \frac{k q_1 q_2}{r^2} = \frac{k q_1}{r} \cdot \frac{k q_2}{r} = \frac{1}{k} = \frac{\varphi_1 \varphi_2}{k}$$

$$F_3 = \frac{k q_1 q_3}{r^2} = \frac{\varphi_1 \varphi_3}{k}$$

Рассмотрим векторный треугольник сил, действующих на первый шарик:



$$\alpha = 180^\circ - \gamma \quad \alpha = 60^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - \alpha = 120^\circ$$

Рассмотрим $\triangle ABC$:

по теореме косинусов:

$$\begin{aligned} F_1^2 &= F_2^2 + F_3^2 - 2 F_2 F_3 \cos 120^\circ = \left(\frac{\varphi_1 \varphi_2}{k} \right)^2 + \left(\frac{\varphi_1 \varphi_3}{k} \right)^2 - 2 \frac{\varphi_1 \varphi_2 \varphi_1 \varphi_3}{k \cdot k} \left(-\frac{1}{2} \right) = \\ &= \frac{\varphi_1^2}{k^2} (\varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_2 \varphi_3) \Rightarrow F_1 = \frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_2 \varphi_3} \end{aligned}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_2 \varphi_3} = ?$$

185

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

N5

Шар начнет сжиматься из-за сдвига влажности, потому что на поверхности шара будет скапливаться большее количество капель воды, тем самым увеличен шар, из-за этого пометки, что температура при увеличении относительной влажности меняться не будет, тогда согласно уравнению Менделеева капельки не сложно догадаться что давление внутри шара меняться также не будет. Рассчитаем давление капель воды в первом и втором случае:

Дано:
$V = 5000 \text{ м}^3$
$T = 316 \text{ К}$
$p_{\text{H}_2\text{O}} = 1,1 \cdot 10^5 \text{ Па}$
$\varphi_1 = 0,1$
$p_a = 10^5 \text{ Па}$
$\varphi_2 = 0,9$
$p_{\text{H}_2\text{O}} = 9 \cdot 10^3 \text{ Па}$
$m_0 = ?$

Решение:

$$\varphi_1 = \frac{p_{\text{H}_2\text{O}}}{p_{\text{H}_2\text{O}}} \Rightarrow p_{\text{H}_2\text{O}} = \varphi_1 \cdot p_{\text{H}_2\text{O}} = 0,1 \cdot 9 \cdot 10^3 = 900 \text{ Па}$$

$$\varphi_2 = \frac{p_{\text{H}_2\text{O}}}{p_{\text{H}_2\text{O}}} \Rightarrow p_{\text{H}_2\text{O}} = \varphi_2 \cdot p_{\text{H}_2\text{O}} = 0,9 \cdot 9 \cdot 10^3 = 8100 \text{ Па}$$

Шар поднимается за счет силы выталкивания,

запишем выраженный второй закон Ньютона для

двух случаев: 1) $F_A = Mg$, где M - общая масса

$$F_A = (m_{\text{H}_2} + m_{\text{H}_2\text{O}} + m_0)g \quad 2) F_A = M'g \Rightarrow F_A = (m_{\text{H}_2} + m'_{\text{H}_2\text{O}})g$$

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона

$$m_{\text{H}_2\text{O}}g = p_{\text{H}_2\text{O}}S \Rightarrow m_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{p_{\text{H}_2\text{O}}S}{g}, \text{ где } S - \text{площадь шара:}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3; S = 4\pi R^2$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{V}{\frac{4}{3}\pi}} \quad S = \frac{4\pi \cdot V^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{4}{3}\pi\right)^{\frac{2}{3}}} = \frac{4\pi \cdot V^{\frac{2}{3}}}{\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \pi^{\frac{2}{3}}} = \frac{4\pi^{\frac{1}{3}} \cdot V^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}}}{4^{\frac{2}{3}}} = \pi^{\frac{1}{3}} \cdot V^{\frac{2}{3}} \cdot 4^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\pi \cdot V^2 \cdot 4 \cdot 3^2} = \sqrt[3]{36\pi V^2} \approx 1414 \text{ м}^2$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$m_{H_2O} = \frac{\rho_{H_2O} S}{g}$$

$$m'_{H_2O} = \frac{\rho'_{H_2O} S}{g}$$

приравняем 1) и 2):

$$m_{H_2} g + m'_{H_2O} g = m_{H_2} g + m_{H_2O} g + m_{\delta} g \quad | - m_{H_2} g$$

$$m'_{H_2O} g - m_{H_2O} g = m_{\delta} g$$

$$m_{\delta} = m'_{H_2O} - m_{H_2O} = \frac{\rho'_{H_2O} S}{g} - \frac{\rho_{H_2O} S}{g} = \frac{S}{g} (\rho'_{H_2O} - \rho_{H_2O}) =$$

$$= \frac{1484}{9,8} (8100 - 900) \approx 10^6 \text{ кг}$$

$$p = p_{\text{сух}} + p_{H_2O} = p_{H_2} \Rightarrow p_{\text{сух}} = p_{H_2} - p_{H_2O} = 1,1 \cdot 10^5 - 900 = 109100 \text{ Па}$$

$$p'_{\text{сух}} = p_{H_2} - p'_{H_2O}$$

$$p'_{H_2O} = p'_{\text{сух}} + p'_{H_2O} = p_{\text{сух}} + p'_{H_2O} = 117200$$

$$p'_{H_2} = p'_{\text{сух}} + p'_{H_2O} = p_{\text{сух}} + p'_{H_2O} = 117200 \text{ Па}$$

$$\varphi_1 = \frac{p_{H_2O} + p_{\text{сух}}}{p_{H_2}}$$

$$p'_{H_2} V =$$

$$m_{H_2O} = \frac{\rho_{H_2O} S}{g}$$

$$m'_{H_2O} = \frac{\rho'_{H_2O} S}{g}$$

Ответ: 10^6 кг

120