

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|-------------------------------------|----------|--------------------|---------------------|
| 545 Лет торжеств четыре балла | 17.03.24 | Лобникова Е.И. | |

Задача 1

Дано:

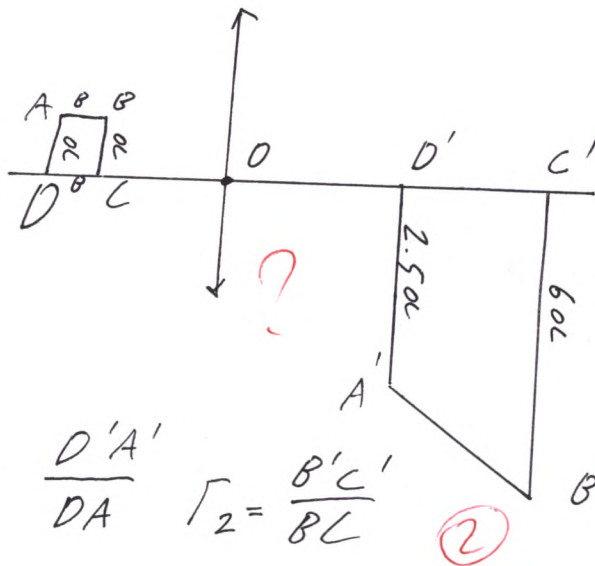
$$\Gamma_1 = 2,5$$

$$\Gamma_2 = 6$$

ABCD - прямоугольник

$$\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = ?$$

Решение



1) Строим изображение объекта с учётом увеличения.
* D'C' принадлежит главной опт. осн.

$$\Gamma_1 = \frac{D'A'}{DA} \quad \Gamma_2 = \frac{B'C'}{BC}$$

Пусть AD; BC = a. AB; DC = b =>

$$D'A' = \Gamma_1 DA = 2,5a$$

$$B'C' = \Gamma_2 BC = 6a$$

2) Заметим, что $\Gamma_1 = \frac{D'O}{DO}$ $\Gamma_2 = \frac{C'O}{CO}$

Вспомогательная плоскость перпендикулярна главной оптической осн.

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d} \quad (2)$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{D'O} + \frac{1}{DO} =$$

$$= \frac{1}{\Gamma_1 DO} + \frac{1}{DO} = \frac{\Gamma_1 + 1}{\Gamma_1 DO}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{\Gamma_1 + 1}{\Gamma_1 \cdot DO} \quad F = \frac{\Gamma_1 \cdot DO}{\Gamma_1 + 1} \quad (1)$$

(2)

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{CO} + \frac{1}{C'O} \quad \frac{1}{F} = \frac{1}{CO} + \frac{1}{\sqrt{2}CO} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}CO}$$

$$F = \frac{\sqrt{2}CO}{\sqrt{2}+1} \quad (2) \quad \text{III. к. } F = \text{const: } (1) = (2)$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{\sqrt{2}CO}{\sqrt{2}+1} = \frac{\Gamma_1 DO}{\Gamma_1+1} \quad \frac{6CO}{7} = \frac{2.5DO}{3.5}$$

$$6CO = 5DO \quad DO = \frac{6}{5}CO = 7$$

$$CD = DO - CO = \frac{6}{5}CO - CO = \frac{1}{5}CO$$

$$3) \quad C'O = \sqrt{2} \cdot CO = 6CO$$

$$D'O = \Gamma_1 \cdot DO = 2.5DO$$

$$C'D' = 6CO - 2.5DO = 6CO - \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5}CO = 3CO$$

$$D'C' = B'$$

$$\frac{B'}{B} = \frac{D'C'}{DC} = \frac{3CO}{\frac{1}{5}CO} = 15$$

$$\textcircled{3} \quad B' = 15B$$

$$S_{ABCO} = OLB; \quad A'B'C'D' - \text{трапеция} = 7$$

$$S_{A'B'C'D'} = \frac{2.5OL + 6OL}{2} \cdot 15B = 63.75OLB$$

$$\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCO}} = \frac{63.75OLB}{OLB} = 63.75 \quad \textcircled{2}$$

Ответ: 63.75

Задача 4

Дано:

$$r_i$$

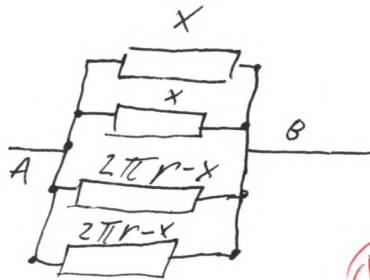
$$\frac{x}{2\pi r} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{R_{\text{к}}}{R_{\text{AB}}}$$

Решение

I заметим, что на участке АВ имеется ~~поперечный~~ сегмент.

Перерезаем в 2D:



(4)

Заметим, что диаметр
открытого круга
 $2\pi r$. П.к. $x = \frac{1}{4} \cdot 2\pi r =$
 $= \frac{\pi r}{2} = 7$ отсюда
участок $1.5\pi r$

II По условию кабель имеет удельные конст.
 ρ_0 и сопротивление S_0 .

Получим $R_x = \rho_0 \frac{x}{S_0} = \rho_0 \frac{(\frac{\pi r}{2})}{S_0}$ $R_y = \rho_0 \frac{(1.5\pi r)}{S_0}$ (2)

R_y - сопротивление участка круга

Сег X.

$$\frac{1}{R_{\text{обш}}} = \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y} + \frac{1}{R_y}$$
 (2)

$$\frac{1}{R_{\text{обш}}} = \frac{2}{R_x} + \frac{2}{R_y} \quad R_{\text{обш}} = \frac{1}{\frac{2}{\rho_0 \pi r} + \frac{2}{\rho_0 \pi r \cdot 1.5}}$$

$$\frac{1}{R_{\text{обш}}} = \frac{12 S_0}{3 \rho_0 \pi r} + \frac{4 S_0}{3 \rho_0 \pi r} = \frac{16 S_0}{3 \rho_0 \pi r}$$

$$R_{\text{обш}} = \frac{3}{16} \cdot \frac{\rho_0 \pi r}{S_0}$$

(2)

III П.К. Нам требуется что такое
 "сопротивление колец", то будем
 рассматривать 2 случая: разветвку и
 кольцо, точка находится на диаметре.

1) разветвка: $R_K = \rho_0 \frac{l}{S_0}$

$l = 2\pi r \Rightarrow R_K = \rho_0 \frac{2\pi r}{S_0}$ (2)

$$\frac{R_K}{R_{AB}} = \frac{\frac{2\pi \rho_0 r}{S_0}}{\frac{3}{16} \cdot \frac{\rho_0 \pi r}{S_0}} = \frac{32}{3}$$

Ответ в $\frac{32}{3} \mu$.

2) диаметр: $\frac{1}{R_K} = \frac{1}{R_{K1}} + \frac{1}{R_{K2}}$

$R_K = \frac{R_{K1}}{2}$ R_{K1} - сопротивление
 по половине кольца

$R_{K1} = \rho_0 \frac{l}{S_0}$ $l = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$

$R_{K1} = \frac{\rho_0 \pi r}{S_0} = 7 R_K = \frac{\rho_0 \pi r}{250}$

$$\frac{R_K}{R_{AB}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{\rho_0 \pi r}{S_0}}{\frac{3}{16} \cdot \frac{\rho_0 \pi r}{S_0}} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$
 (2)

Ответ: в $\frac{8}{3} \mu\Omega$.

Ф-35

145

Задача 2

Дано:

$$v_1 = 8 \text{ км/ч}$$

$$v_2 = 10 \text{ км/ч}$$

$$a = ?$$

#####

Решение

* Число задачи "решается...
кораблей." не имеет смысла
т.к. задача будет иметь одну
решение ее решается
отлично.

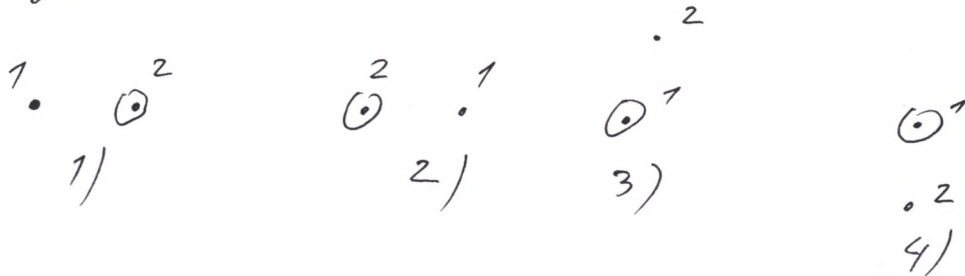
I заметим, что время движения
кораблей одинаково, как и
ускорение.

Уравнение движения: $x = x_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2}$

Будем считать $x_0 = 0$; $x = s$.

т.к. $t_1 = t_2 = t$; $a_1 = a_2 = a$, то число
 $\frac{a t^2}{2}$ будет одинаково.

II заметим, что существуют всего 4
ситуации, когда корабли будут находиться
на расстоянии одной клетки, при этом
находясь в точках "сетки" целыми
координатами:



Решается все, используя УД:

1)

$$1-\bar{u} \quad \left\{ \begin{aligned} 7 &= 8t + \frac{\alpha t^2}{2} \\ 2-\bar{u} \quad \left\{ \begin{aligned} 10 &= 10t + \frac{\alpha t^2}{2} \end{aligned} \right. \end{aligned} \right. \quad (2)$$

$$\begin{aligned} 3 &= 2t \\ t &= 1.5 \\ \alpha &= -\frac{40}{9} \end{aligned}$$

2)

$$\left\{ \begin{aligned} 9 &= 8t + \frac{\alpha t^2}{2} \\ 10 &= 10t + \frac{\alpha t^2}{2} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

Внимание

$$\begin{aligned} 1 &= 2t \\ t &= 0.5 \\ \alpha &= 40 \end{aligned}$$

← ситуация из пункта*

3)

$$\left\{ \begin{aligned} 8 &= 8t + \frac{\alpha t^2}{2} \\ 11 &= 10t + \frac{\alpha t^2}{2} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

$$\begin{aligned} 3 &= 2t \\ t &= 1.5 \\ \alpha &= -\frac{32}{9} \end{aligned}$$

4)

$$\left\{ \begin{aligned} 8 &= 8t + \frac{\alpha t^2}{2} \\ 9 &= 10t + \frac{\alpha t^2}{2} \end{aligned} \right. \quad (2)$$

$$\begin{aligned} 1 &= 2t \\ t &= 0.5 \\ \alpha &= \frac{32}{9} \end{aligned}$$

П.к. необходимо найти минимальное значение α без модуля, а α равнозначен нулю является частным случаем равнобедренного, то $d_{\min} = -\frac{40}{9}$

Ответ: -4.4 мкм/чел^2

Задача 3:

Дано:

$$m_1 = 3 \text{ кг}$$

$$t_1 = 10^\circ \text{C}$$

$$m_2 = 4 \text{ кг}$$

$$t_2 = 90^\circ \text{C}$$

$$m_A = 1 \text{ кг}$$

$$C_B = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ \text{C}}$$

$$C_A = 900 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}^\circ \text{C}}$$

$$\Delta t_{\max} = 5$$

И-?

Решение.

1) В начальный момент $t_A = 90^\circ$ после переноса протекнет теплообмен. П.к. через замкнутая

$Q_B = Q_A$ Говориме поступит, когда их температуры сравняются.

$$m_1 C_B (t' - 10) = m_A C_A (90 - t') \quad (2)$$

$$m_1 C_B t' - 10 m_1 C_B = m_A C_A 90 - t' m_A C_A \quad (2)$$

$$t' (m_1 C_B + m_A C_A) = m_A C_A 90 + 10 m_1 C_B$$

$$t' = \frac{10 (9 m_A C_A + m_1 C_B)}{m_1 C_B + m_A C_A} \approx 15.3^\circ \text{C} = \frac{46}{3}^\circ \text{C}$$

9-85
4-85

128.

2) перевернули кубок в горячий стакан повторяя ситуацию:

* ~~перев~~ переверт температура кубика $\frac{46}{3}^{\circ}\text{C}$

$$C_A m_A (\cancel{t_{0A}} - \Delta t) = C_B m_B (\cancel{t_{0B}} - \Delta t)$$

$$- C_A m_A t_{0A} + C_A m_A \Delta t = C_B m_B t_{0B} + C_B m_B \Delta t$$

$$\Delta t (C_A m_A + C_B m_B) = C_B m_B t_{0B} + C_A m_A t_{0A}$$

$$\Delta t = \frac{C_B m_B t_{0B} + C_A m_A t_{0A}}{C_A m_A + C_B m_B} \approx 86.2^{\circ}\text{C}$$

2

Заметим, что множитель \cancel{V}

~~1-й~~ 1-й и 2-й формулы - константы. =>

рассчитали их: 1) $13.5 \cdot 10^3$
2) $17.7 \cdot 10^3$

2) 2-й цикл:

$$t_1' = \frac{t_{0A} m_A C_A + m_1 C_B t_{0B}}{m_1 C_B + m_A C_A} = 20^{\circ}\text{C}$$

$$t_2' = \frac{t_{0A} m_A C_A + C_B m_2 t_{0B}}{C_A m_A + C_B m_2} = 82.8^{\circ}\text{C}$$

2

3) 3-й цикл:

$$t_1' = 24.2^{\circ}\text{C}$$

$$t_2' = 79.8^{\circ}\text{C}$$

4) 4-й цикл

$$t_1' = 27.9^{\circ}\text{C}$$

$$t_2' = 77.2^{\circ}\text{C}$$

5) 5-й цикл

$$t_1' = 37.2^{\circ}\text{C}$$

$$t_2' = 75^{\circ}\text{C}$$

6) $t_1' = 34.1^{\circ}\text{C}$

$$t_2' = 72.9^{\circ}\text{C}$$

7) $t_1' = 36.7^{\circ}\text{C}$

$$t_2' = 71^{\circ}\text{C}$$

8) $t_1' = 39^\circ\text{C}$ 9) 41°C 10) 42.8°C
 $t_2' = 69^\circ\text{C}$ ~~67.6~~ 67.6°C ~~66.3~~ 66.3°C

11) 44.4°C 12) 45.8°C 13) 47°C
 65.2°C 64.2°C 63.3°C

14) П.к. дрель вычислена омерз
 зрительная погрешность полметра
 разность температур после цикла

$i: \Delta = G(x; y) - F(x; y)$ G - тем-ра в 1-м
 F - тем-ра в 2-м

x - температура в первом из пунктов
 y - во 2-м из пунктов

$$G(x; y) = \frac{900y + 12600x}{13500}$$

$$F(x; y) = \frac{900x + 16800y}{17700}$$

$$\Delta = 0.8825x - 0.8825y = 0.88(x - y)$$

замечаем, что $(x - y)$ - ~~температура~~ разность температур в пункте раз = 7

$$\Delta_i = 0.88 \Delta_{i-1}$$

начальная разность $80^\circ = 7$
 $5 \approx 0.88^n \cdot 80$

n - число циклов = 7

$$\frac{5}{80} \approx 0.88^n \quad n = \log_{0.88} \left(\frac{5}{80} \right)$$

$$n = 22$$

Ответ 22 цикла

Ф-35

115