

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
17		Емельянов	Евгений
Шифр			040170

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \geq \\ \hline 3 & 5 & 7 & -2 & 17 & \end{array}$$

1. $f(a, b, c) = (7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$

$$\begin{aligned} f(a, b, c) &= (a-b+7)^2 + (b-c+2)^2 + (-a+c+9)^2 = a^2 + b^2 - 2ab + 14a - 14b + \\ &+ 49 + b^2 + c^2 - 2bc + 4b - 4c + 4 + a^2 + c^2 - 2ac + 18c - 18a + 81 = 2a^2 + 2b^2 + \\ &+ 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ac - 4a - 10b + 14c + 134 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 4a - 2b - 2c - 4 = 0 \\ 4b - 2a - 2c - 10 = 0 \\ 4c - 2a - 2b + 14 = 0 \end{cases}$$

система
линейных уравнений
с тремя переменными!

$$\begin{cases} 2a - b - c = 2 & (1) \\ -a + 2b - c = 5 \\ -a - b + 2c = -7 \end{cases}$$

из ур-я (1): $2a - b - c = 2 \Rightarrow b = 2a - c - 2$

$$-a + 2(2a - c - 2) - c = 5$$

$$-a + 4a - 2c - 4 - c = 5$$

$$3a - 3c = 9 \Rightarrow a - c = 3 \Rightarrow a = c + 3$$

$$b = 2(c + 3) - c - 2 = 2c + 6 - c - 2 = c + 4$$

$$-(c + 3) - (c + 4) + 2c = -7$$

$$-c - 3 - c - 4 + 2c = -7$$

$$-7 = -7$$

$$\begin{aligned} f(a, b, c) &= (a-b+7)^2 + (b-c+2)^2 + (-a+c+9)^2 = ((c+3)-(c+4)+7)^2 + \\ &+ ((c+4)-c+2)^2 + (-(c+3)+c+9)^2 = 6^2 + 6^2 + 6^2 = 36 + 36 + 36 = 108 \end{aligned}$$

Ответ: минимальное значение равно 108.

$$2. S = P(x_1) + P(x_2) + P(x_3) + P(x_4) = ?$$

$$P(x) = Q(x) \cdot S(x) + R(x), \text{ где } R(x) - \text{остаток}$$

$$R < Q = 4$$

$$P(x_i) = R(x_i)$$

$$S = R(x_1) + R(x_2) + R(x_3) + R(x_4)$$

$$Q(x) = x^4 + x^3 - 4x^2 + 1 \Rightarrow x^4 = -x^3 + 4x^2 - 1$$

$$x^5 = x \cdot x^4 = x(-x^3 + 4x^2 - 1) = -x^4 + 4x^3 - x = -(-x^3 + 4x^2 - 1) + 4x^3 - x = 5x^3 - 4x^2 - x + 1$$

$$x^6 = x \cdot x^5 = x(5x^3 - 4x^2 - x + 1) = 5x^4 - 4x^3 - x^2 + x = 5(-x^3 + 4x^2 - 1) - 4x^3 - x^2 + x = -9x^3 + 19x^2 + x - 5$$

$$P(x) = x^6 + x^5 - 4x^4 + x^2 - x + 506 = (-9x^3 + 19x^2 + x - 5) + (5x^3 - 4x^2 - x + 1) + (-4)(-x^3 + 4x^2 - 1) + x^2 - x + 506 = (-9x^3 + 19x^2 + x - 5) + (-4x^3 + 16x^2 - 4) + (19x^2 - 4x^2 - 16x^2 + x^2) + (x - x - x) + (-5 + 1 + 4 + 506) = 0x^3 + 0x^2 - x + 506$$

$$\text{т.о. } R(x) = -x + 506$$

зная, что $P(x_i) = R(x_i) = -x_i + 506$, можем найти сумму:

$$S = \sum_{i=1}^4 (-x_i + 506) = - \sum_{i=1}^4 x_i + 4 \cdot 506$$

$$\sum x_i = - \frac{\text{коэффициент при } x^3}{\text{коэффициент при } x^4} = - \frac{-1}{1} = 1$$

$$\text{тогда } S = -(-1) + 4 \cdot 506 = 1 + 2024 = 2025$$

Ответ: 2025.

$$3. \quad x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

$$f(x) = x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 - \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

$\sqrt{x^2+1}$ - всегда определено и неотриц. для всех действительных x .

$$\cos x \in [-1; 1]$$

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18}$$

$$-1 \leq x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 \leq 1$$

$$1) \quad x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 \geq -1$$

$$2) \quad x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 \leq 1$$

$$1) \quad x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 12 \geq 0$$

$$2) \quad x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 10 \leq 0$$

$$t = \sqrt{x^2+1}, \quad t \geq 1$$

$$\text{тогда } x^2 = t^2 - 1$$

$$1) \quad (t^2 - 1) - 6t + 12 \geq 0 \Rightarrow t^2 - 6t + 11 \geq 0$$

$$2) \quad (t^2 - 1) - 6t + 10 \leq 0 \Rightarrow t^2 - 6t + 9 \leq 0$$

$$t^2 - 6t + 11 \geq 0$$

$D = 36 - 44 = -8 < 0$, то оно всегда положительно для всех t .

$$t^2 - 6t + 9 \leq 0$$

$$(t-3)^2 \leq 0, \text{ выполняется только при } t=3.$$

$$t = \sqrt{x^2+1} = 3$$

$$x^2 + 1 = 9$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$f(2\sqrt{2}) = \frac{(2\sqrt{2})^2 - 6\sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 1} + 11 - \cos((2\sqrt{2})^2 + \sqrt{2}(2\sqrt{2} - 4))}{18} =$$

$$= \frac{8 - 6 \cdot 3 + 11 - \cos \frac{8+4-4}{18}}{18} = \frac{8 - 18 + 11 - \cos \frac{8}{18}}{18} = \frac{1 - \cos \frac{4}{9}}{18} \approx 1 - 0,904 \approx$$

$$\approx 0,096 \Rightarrow 2\sqrt{2} \text{ не является решением уравнения.}$$

$$x = -2\sqrt{2}$$

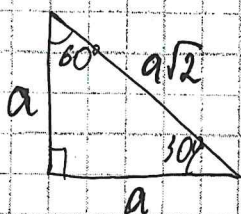
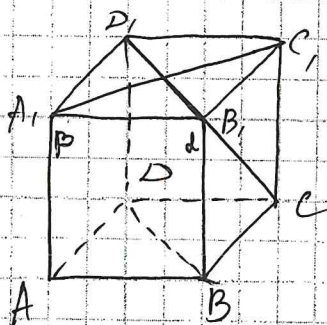
$$f(-2\sqrt{2}) = \frac{(-2\sqrt{2})^2 - 6\sqrt{(-2\sqrt{2})^2 + 1} + 11 - \cos((-2\sqrt{2})^2 + \sqrt{2}(-2\sqrt{2} - 4))}{18} =$$

$$= \frac{8 - 6 \cdot 3 + 11 - \cos 0}{18} = \frac{1 - 1}{18} = 0$$

при $x=0$: $f(0) = \frac{0 - 6 \cdot 1 + 11 - \cos \frac{0+0-4}{18}}{18} = \frac{5 - \cos \frac{4}{18}}{18} \approx \frac{5 - 0,9757}{18} = 4,024 > 0$

все последовательные корни положительные $\Rightarrow$
единственным корнем уравнения является $(-2\sqrt{2})$.

5.



Ответ: наименьший возможный
угол между плоскостями α и β -
это 30° *возможно?*

$$a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos d = b^2$$

$$-2ac \cdot \cos d = b^2 - a^2 - c^2$$

$$\cos d = \frac{b^2 - a^2 - c^2}{-2ac}$$

$$\cos d = \frac{a^2 - a^2 - a\sqrt{2}}{-2 \cdot a \cdot a\sqrt{2}}$$

$$\cos d = \frac{a\sqrt{2}}{2a \cdot a\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

*нет
обоснован!*