

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
525 Ляторесет два балла	17-03-24	Постникова Е. И.	

Задача 1

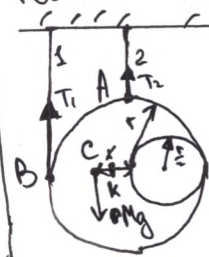
Дано:

r, m

g

$T_1, T_2 - ?$
 $x - ?$

Решение



Пусть ρ — поверхностная плотность диска $m = \rho \cdot S$
 \Rightarrow Масса круга до вырезания $m = \rho \cdot S$

$$S = \pi r^2 \Rightarrow m = \rho \pi r^2$$

Масса вырезанного круга: $m' = \rho \cdot S'$

$$S' = \pi \left(\frac{r}{2}\right)^2 = \frac{\pi r^2}{4} \Rightarrow m' = \rho \frac{\pi r^2}{4} = \frac{m}{4} \quad (2) + (1)$$

$$\Rightarrow \text{масса оставшейся фигура } M = m - \frac{m}{4} = \frac{3m}{4}$$

Т.к. диск находится в равновесии и к нему приложены только вертикальные силы, то сумма всех сил, направленных \uparrow , равна сумме всех сил направленных вниз

$$T_1 + T_2 = Mg = \frac{3mg}{4} \quad (1)$$

правило моментов относительно τ_A :

$$-(r - \frac{r}{2})T_1 + xMg = 0 \Rightarrow \frac{r}{2}T_1 = xMg = \frac{3}{4}mgx \quad (2)$$

правило моментов относительно τ_B

$$-(r - \frac{r}{2} - x)Mg + T_2(r - \frac{r}{2}) = 0 \Rightarrow T_2 \frac{r}{2} = Mg(\frac{r}{2} - x) = \frac{Mg r}{2} - \frac{xMg}{2} \quad (3)$$

$$\text{Из (1): } T_2 = Mg - T_1 \quad (4)$$

$$\text{Подставим (4) в (3): } (Mg - T_1) \frac{r}{2} = \frac{Mg r}{2} - \frac{xMg}{2} \quad (4)$$

Правило моментов относительно τ_C :

$$(r - \frac{r}{2} - x)T_1 - xT_2 = 0 \Rightarrow xT_2 = (\frac{r}{2} - x)T_1 \quad (5)$$

$$\text{Подставим (4) в (5): } xMg - xT_1 = \frac{r}{2}T_1 - xT_1 \Rightarrow xMg = \frac{r}{2}T_1$$

Правило моментов относительно τ_k , где τ_k находится между τ_B и самой

левой точкой ~~центра~~ врезания круга

Ф-116

$$-\frac{\Gamma}{2} T_2 + \frac{\Gamma}{2} T_1 + \left(\frac{\Gamma}{2} - x\right) Mg = 0$$

$$-\frac{\Gamma}{2} T_2 + \frac{\Gamma}{2} T_1 - \frac{\Gamma}{2} Mg + x Mg = 0$$

$$-\frac{\Gamma}{2} T_2 + \frac{\Gamma}{2} T_1 - \frac{\Gamma}{2} Mg + \frac{\Gamma}{2} T_1 = 0 \quad (U_3(2) \times Mg = \frac{\Gamma}{2} T_1)$$

$$-T_2 + T_1 - Mg + T_1 = 0$$

$$2T_1 - T_2 - Mg = 0$$

$$U_3(4): 2T_1 - Mg + T_1 - Mg = 0$$

$$3T_1 - Mg = 0$$

$$3T_1 = Mg$$

$$T_1 = \frac{Mg}{3} = \frac{3}{4} mg = \frac{mg}{4}$$

$$T_2 = Mg - T_1 = \frac{3Mg}{4} - \frac{Mg}{4} = \frac{Mg}{2}$$

$$\frac{\Gamma}{2} T_1 = x Mg = \frac{3}{4} mg x \Rightarrow x = \frac{\Gamma T_1 \cdot 4}{2 mg \cdot 3} = \frac{\Gamma \cdot mg \cdot 4}{4 \cdot 2 \cdot mg \cdot 3} = \frac{\Gamma}{6}$$

Ответ: $T_1 = \frac{mg}{4}$
 $T_2 = \frac{mg}{2}$
 $x = \frac{\Gamma}{6}$

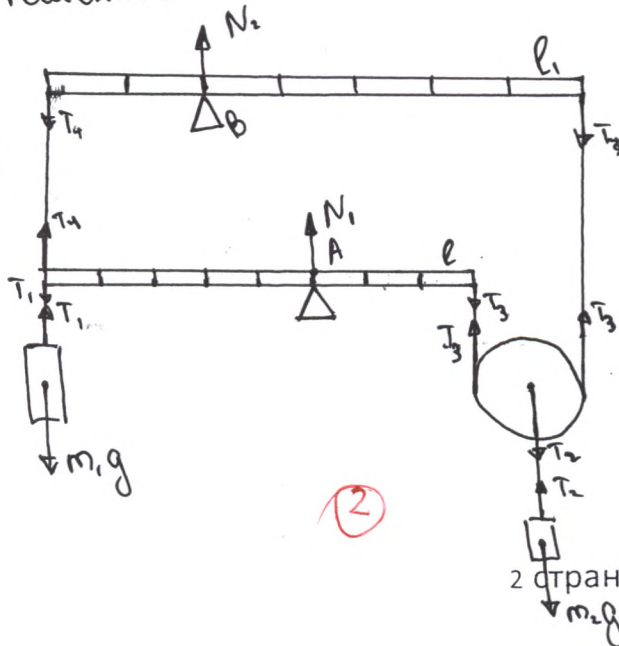
185.

Задача 4

Дано: Решение:

m_2

$m_1 - ?$



На груз массой m_1 действует сила тяжести $m_1 g$ и сила натяжения нити $T_1 \Rightarrow T_1 = m_1 g$
 На груз массой m_2 действует сила тяжести $m_2 g$ и сила натяжения нити $T_2 \Rightarrow T_2 = m_2 g$
 На блок B действует T_2 , $\uparrow 2T_3$
 $\Rightarrow 2T_3 = T_2 = m_2 g \Rightarrow T_3 = \frac{m_2 g}{2}$

2 страница
 $m_2 g$

Правило моментов относительно Т.А:

$$T_1 \cdot 5l = T_3 \cdot 3l$$

$$T_1 = \frac{3}{5} T_3 = \frac{3}{5} \cdot \frac{m_2 g}{2} = 0,3 m_2 g = m_1 g$$

$$\Rightarrow m_1 = 0,3 m_2$$

$$T_1 \cdot 5l - T_4 \cdot 5l - T_3 \cdot 3l = 0$$

$$5m_1 g - 5T_4 - 3 \cdot \frac{m_2 g}{2} = 5m_1 g - 1,5 m_2 g - 5T_4 = 0 \quad (1)$$

Правило моментов относительно ГВ

$$2l_1 T_4 = 5l_1 T_3 = 5l_1 \cdot \frac{m_2 g}{2} = 2,5 m_2 g l_1$$

$$\Rightarrow T_4 = 1,25 m_2 g \quad (2)$$

Подставим (2) в (1)

$$5m_1 g - 1,5 m_2 g - 6,25 m_2 g = 5m_1 g - 7,75 m_2 g = 0$$

$$5m_1 = 7,75 m_2$$

$$m_1 = 1,55 m_2$$

Ответ: $m_1 = 1,55 m_2$

(4)

(4)

Мало помешать, нет кривых.

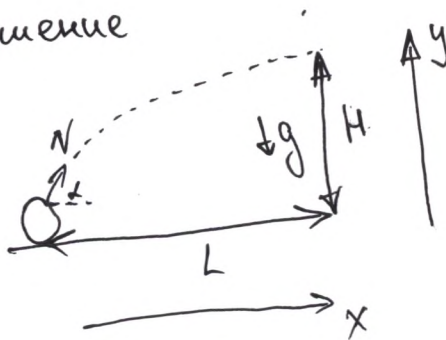
(4)

145

Задача 3

Дано:
 $L = 3 \text{ м}$
 $H = 4 \text{ м}$
 $t = 1,2 \text{ с}$
 $g \approx 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $V = ?$
 $\alpha = ?$

Решение



$$\vec{s} = \vec{v} \cdot t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$$

$$\vec{s} = \frac{\vec{v}^2 - \vec{v}_0^2}{2a}$$

$$Oy: H = \frac{v \cos^2 \alpha - v_k^2 \cos^2 \alpha}{2g \cos \alpha} = \frac{(v^2 - v_k^2) \cos \alpha}{2g}$$

$$Ox: L = \frac{v^2 \sin^2 \alpha - v_k^2 \sin^2 \alpha}{2g \sin \alpha} = \frac{(v^2 - v_k^2) \sin \alpha}{2g}$$

$$H^2 = \frac{v^2 - v_k^2}{g^2} \cos^2 \alpha \quad \vec{s} = \frac{\vec{v} + \vec{v}_k}{2} \cdot t$$

$$Oy: H = \frac{v \sin \alpha + v_k \sin \alpha}{2} \cdot t = \frac{(v + v_k) t}{2} \cdot \sin \alpha$$

$$Ox: L = \frac{v \cos \alpha + v_k \cos \alpha}{2} \cdot t = \frac{(v + v_k) t}{2} \cdot \cos \alpha$$

$$H^2 = \frac{(v + v_k)^2 t^2}{4} \cdot \sin^2 \alpha$$

$$L^2 = \frac{(v + v_k)^2 t^2}{4} \cdot \cos^2 \alpha \quad (+)$$

$$H^2 + L^2 = \frac{(v + v_k)^2 t^2}{4} \Rightarrow (v + v_k)^2 = \frac{2}{t^2} \sqrt{H^2 + L^2}$$

~~$\vec{V}_k = \vec{a} \cdot t + \vec{V}$~~

~~$Ox: V_k \cos \beta = V \cos \alpha + a \cos \alpha t = \cos \alpha (V + at)$~~

~~$Oy: V_k \sin \beta = V \sin \alpha + a \sin \alpha t = \sin \alpha (V + at)$~~

~~$V_k^2 \cos^2 \beta = \cos^2 \alpha (V + at)^2$~~

~~$V_k^2 \sin^2 \beta = \sin^2 \alpha (V + at)^2$~~

~~$V_k (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) = (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) (V + at)^2$~~

~~$V_k = V + at$~~

Пусть убрал скорость того поднимется на максимальную высоту h_{max}
 Если на h_{max} он поднимется до того как проедет L , то
~~еще~~ можно еще уменьшить скорость и увеличить угол и
 она пройдет тогда $V_k = 0$, а $h = h_{max}$

Если на h_{max} он поднимется после того, как проедет L , то можно
 уменьшить скорость, тогда $h_{max} = h \Rightarrow V_k = 0 \Rightarrow$

\Rightarrow минимальная скорость V такова, что $h_{max} = h, V_k = 0$

$\Rightarrow V = \frac{2}{E} \sqrt{H^2 + L^2} = \frac{2}{1,2e} \sqrt{3^2 + 4^2} = \frac{10m}{1,2e} = 8,33 \frac{m}{e}$

неизвестно во
какой момент произойдет
попадание в цель

$H = \frac{Vt}{E} \cdot \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2H}{Vt} = \frac{2H}{\frac{2\sqrt{H^2+L^2}}{E} \cdot t} = \frac{Ht}{\sqrt{H^2+L^2} \cdot t} \Rightarrow \alpha = \arcsin \frac{H}{\sqrt{H^2+L^2}} = \arcsin \frac{4}{5} =$

$= \arcsin 0,8$

Ошибка в решении. Задача не решена

25

Ответ: $V = 8,33 \frac{m}{e}$
 $\alpha = \arcsin 0,8$

Задача 5

Дано:

$h = 25 \text{ см}$

$S = 20 \text{ см}^2$

$m = 150 \text{ г}$

$t_1 = -5^\circ \text{C}$

$t_2 = 15^\circ \text{C}$

$\rho_n = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

$\rho_s = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

$c_s = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}}$

СИ:

$= 0,25 \text{ м}$

$= 0,002 \text{ м}^2$

$= 0,15 \text{ кг}$

Решение:

Объем льда $V_1 = h \cdot S$, когда он растает:

$V_1 = \frac{m}{\rho_s} = \frac{0,15 \text{ кг}}{900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 0,000167 \text{ м}^3$

$= 0,00015 \text{ м}^3$

Объем сосуда: $V_2 = h \cdot S = 0,25 \text{ м} \cdot 0,002 \text{ м}^2 = 0,0005 \text{ м}^3$

Чтобы лед растаял ему нужно сначала согреть до 0°C , на это ему нужно:

$Q_1 = c_n \cdot m_n \cdot (t_1 + t_0) = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{C}} \cdot 0,15 \text{ кг} \cdot 5^\circ \text{C} = 1575 \text{ Дж}$

3

$$c_{\lambda} = 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{C}} \\ \lambda = 330000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \\ M_{\text{max}} = ?$$

И растаить: $Q_2 = \lambda m_2 = 330000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot 0,15 \text{ кг} = 49500 \text{ Дж}$
 $\Rightarrow Q_3 = Q_1 + Q_2 = 49500 \text{ Дж} + 1575 \text{ Дж} = 51075 \text{ Дж}$
 Но вода охлаждается

Масса воды при температуре 15° необходима для этого такая, что

$$Q_3 = c_v \cdot m_v \cdot (t_2 - 0^\circ \text{C}) \Rightarrow m_v = \frac{Q_3}{c_v \cdot t_2} = \frac{51075 \text{ Дж}}{4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{C}} \cdot 15^\circ \text{C}} \approx 0,81 \text{ кг} \quad (2)$$

Объем воды: $V_v = \frac{m_v}{\rho_v} = \frac{0,81 \text{ кг}}{1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 0,00081 \text{ м}^3$

$$V_v + V_1 = 0,00096 \text{ м}^3 > 0,0005 \text{ м}^3 = V_2 \Rightarrow \text{вода выливается}$$

\Rightarrow Не весь лед растает, пусть растает m_1 льда $\Rightarrow m - m_1$ останется. Температура содержимого будет 0°

\Rightarrow весь лед нагреется до 0° , поглотив $Q = Q_1 = 1575 \text{ Дж}$

m_1 растает поглотив $Q_4 = \lambda m_1$

Вода может быть не больше чем $V_3 = V_2 - V_v' - V_n' = V_2 - \frac{m_1}{\rho_v} - \frac{m - m_1}{\rho_n}$

Масса воды $m_3 = \rho_v V_3 = \rho_v V_2 - m_1 - \frac{\rho_v}{\rho_n} (m - m_1)$

Теплота поглотившаяся для охлаждения воды до 0°C : (2)

$$Q_5 = c_v m_3 (t_2 - 0^\circ \text{C}) = c_v t_2 (\rho_v V_2 - m_1 - \frac{\rho_v}{\rho_n} (m - m_1)) = Q_1 + Q_4 = Q_1 + \lambda m_1$$

$$c_v t_2 \rho_v V_2 - m_1 c_v t_2 - \frac{\rho_v}{\rho_n} m c_v t_2 + \frac{\rho_v}{\rho_n} m_1 c_v t_2 = Q_1 + \lambda m_1 \quad (5)$$

$$\left(\lambda - \frac{\rho_v}{\rho_n} c_v t_2 + c_v t_2 \right) m_1 = c_v t_2 \rho_v V_2 - \frac{\rho_v}{\rho_n} m c_v t_2 - Q_1$$

$$\left(330000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} - \frac{1000}{900} \cdot 2100 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{C}} \cdot 15^\circ \text{C} + 4200 \cdot 15^\circ \text{C} \right) m_1 = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{C}} \cdot 15^\circ \text{C} \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,0005 \text{ м}^3 - \frac{1000}{900} \cdot$$

$$0,15 \text{ кг} \cdot 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{C}} \cdot 15^\circ \text{C} - 1575 \text{ Дж}$$

$$m_1 = \frac{31500 \text{ Дж} - 10500 \text{ Дж} - 1575 \text{ Дж}}{63000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} + 330000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} - 70000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = \frac{19425}{323000} \text{ кг} \approx 0,06 \text{ кг}$$

$$V_v' = \frac{m_1}{\rho_v} = \frac{0,06 \text{ кг}}{1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 0,00006 \text{ м}^3$$

Объем воды $V_7 = \frac{m - m_1}{\rho_n} = \frac{0,15 \text{ кг} - 0,06 \text{ кг}}{\frac{900 \text{ кг}}{\text{м}^3}} = 0,0001 \text{ м}^3$

\Rightarrow Объем добавившейся воды: $V_8 = V_2 - V_8' - V_7 = 0,0005 \text{ м}^3 - 0,0001 \text{ м}^3 - 0,00006 \text{ м}^3 = 0,00034 \text{ м}^3 \Rightarrow$ Ее масса $M_{\text{макс}} = V_8 \cdot \rho_8 = 0,00034 \text{ м}^3 \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 0,34 \text{ кг} = 340 \text{ г}$

Ответ: 340г

145

Задача 2

Дано:

$$R_v = 1 \text{ М}\Omega$$

$$R_1 = 1 \text{ к}\Omega$$

$$R_2 = 2 \text{ к}\Omega$$

$$\mathcal{E} = \text{const}$$

$$r = ?$$

СИ:

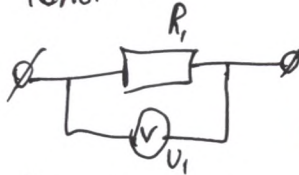
$$1 \cdot 10^6 \Omega$$

$$= 1 \cdot 10^3 \Omega$$

$$= 2 \cdot 10^3 \Omega$$

Решение

1 часть:



$$U_{01} = U_1 + r \cdot I_{01}$$

$$I_{01} = I_{R1} + I_{Rv}$$

$$I_{R1} = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_1}{R_1}$$

$$I_{Rv} = \frac{U_1}{R_v}$$

$$\Rightarrow I_{01} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_1}{R_v}$$

$$U_{01} = U_1 + r \left(\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_1}{R_v} \right)$$

$$U_{01} = I_{01} \cdot R_{01}$$

$$\frac{R_1 \cdot R_v}{R_1 + R_v} + r = R_{01}$$

$$U_{01} = \left(\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_1}{R_v} \right) \left(\frac{R_1 \cdot R_v}{R_1 + R_v} + r \right) =$$

$$= \frac{U_1 R_v}{R_1 + R_v} + \frac{r U_1}{R_1} + \frac{U_1 R_1}{R_1 + R_v}$$

2 часть:



$$U_{02} = U_2 + r \cdot I_{02}$$

$$I_{02} = I_{R2} = I_{Rv}$$

$$U_{02} = I_{02} \cdot R_{02}$$

$$R_{02} = R_2 + R_v + r$$

~~$I_{01} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_1}{R_v}$~~

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1}$$

$$I_{v1} = \frac{U_1}{R_v}$$

$$I_{01} = I_1 + I_{v1} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_1}{R_v}$$

$$U_1 = I_{01} \cdot r = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_1}{R_v}$$

2

Задача не решена до конца.

45.