

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
630		Червильская КС Жер	
Шифр			020723

Задача 1 Дано: S , v , ускорения (или a_1 и a_2)

Решение: Найти: T_A и T_B

Решение: рассмотрим движение Бориса; пусть время его бега T , а ускорение a_2 , каждый из промежутков он пробегает S_1 , S_2 и S_3 ;

$$\begin{cases} S_1 + S_2 + S_3 = S \\ S_1 = \frac{a_2 T^2}{2} = \frac{a_2 T^2}{18}, \quad S_2 = v \frac{T}{3}, \quad S_3 = v \frac{T}{3} - \frac{a_2 T^2}{18} \end{cases}$$

$$S = \frac{a_2 T^2}{18} + v \frac{T}{3} + v \frac{T}{3} - \frac{a_2 T^2}{18} = \frac{2}{3} v T \Rightarrow T = \frac{3S}{2v}$$

Рассмотрим движение Алитана: пусть его ускорение a_1 , каждый из промежутков бега затратит t_1 , t_2 и t_3

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 = T_A \\ \frac{1}{3}S = \frac{a_1 t_1^2}{2} \quad 0 \\ \frac{1}{3}S = v t_2 \\ \frac{1}{3}S = v t_3 - \frac{a_1 t_3^2}{2} \end{cases} \quad \text{замечим, что:}$$

$$\begin{aligned} v &= a_1 t_1 \\ 0 &= v - a_1 t_3 \Rightarrow a_1 t_1 = a_1 t_3 \Rightarrow t_1 = t_3 \\ \text{или } t_1 &= \frac{v}{a_1} \quad \text{⊗} \end{aligned}$$

тогда:

$$\frac{1}{3}S = \frac{v^2}{2a_1} \quad (\text{подставим } \text{⊗} \text{ в } 0) \Rightarrow a_1 = \frac{3v^2}{2S}$$

$$t_2 = \frac{v}{v} \frac{S}{3v} \Rightarrow \text{имеем: } T_A = t_2 + 2 \cdot t_1 = \frac{S}{3v} + \frac{2}{3} \frac{S}{v} = \frac{5S}{3v}$$

$$t_1^2 = \frac{2S}{3a_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{2S}{3v} = t_3$$

Сравниваем T_A и T

$$\frac{3}{2} \frac{S}{v} \text{ и } \frac{5}{3} \frac{S}{v} \Rightarrow \frac{9}{6} < \frac{10}{6} \Rightarrow T < T_A$$

значит, Борис придет раньше

Разница во времени: $\Delta T = T_A - T = \frac{10}{6} - \frac{9}{6} = \frac{1}{6} \approx 0,167$

Ответ: Первым придет Борис, опередит на $\Delta T = 0,167$.

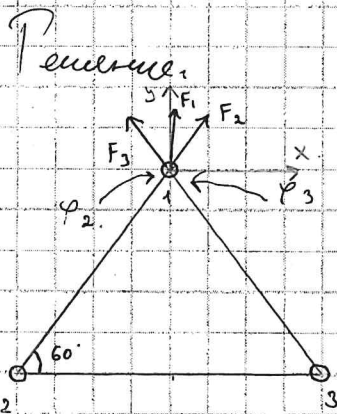
105

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр - 620723

Задача 4.

Дано: $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$; Найти: F_1



запишем формулу потенциала: $\varphi_0 = \frac{kq_0}{r}$; $\varphi = \frac{kq}{r}$

Сила кулона из условия q_0 и q : $F_k = \frac{kq_0q}{r^2}$

$\Rightarrow$ укажем, $F_k = \frac{\varphi_0 \varphi}{k}$ аналогично для наших шариков.

По закону Ньютона для O_y и O_x :

$$0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

шарики не движутся, т.к. перемещение, т.к. заряды одинаковы

потенциалы в точках постоянны $\Rightarrow$ сумма сил = 0

$$\begin{cases} O_y: 0 = \frac{1}{2}(F_2 + F_3) - F_{1y} \\ O_x: 0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}(F_2 - F_3) - F_{1x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{1x} = \frac{\sqrt{3}}{2}(F_2 - F_3) \\ F_{1y} = \frac{(F_2 + F_3)}{2} \end{cases}$$

$$F_1 = \sqrt{F_{1x}^2 + F_{1y}^2}$$

возьмем F_2 и F_3 по условию, получаем:

$$F_2 = \frac{\varphi_2 \varphi_1}{k}; \quad F_3 = \frac{\varphi_3 \varphi_1}{k}$$

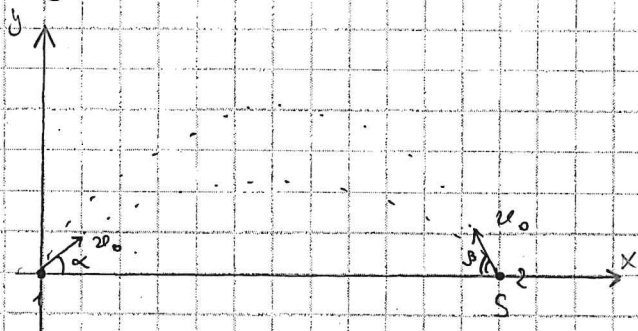
$$\text{тогда } F_1 = \frac{\varphi_1}{2k} \sqrt{(\varphi_2 - \varphi_3)^2 + 3(\varphi_2 + \varphi_3)^2}$$

$$F_1 = \frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\varphi_1^2 + \varphi_2 \varphi_3 + \varphi_3^2}$$

Ответ: результирующая сила $F_1 = \frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\varphi_1^2 + \varphi_2 \varphi_3 + \varphi_3^2}$

185

Задача 2.

Дано: v_0 ; S ;Найти: мин. R м/у мяскашиРешение: Введем систему координат x и y , с началом на уровне рук мяскаши номер 1тогда координаты каждого 1) $[0; 0]$ 2) $[S; 0]$ если в век-ном мяскаши x и y первого мяскаши координаты $x_1(t)$, $y_1(t)$, а у второго $x_2(t)$ и $y_2(t)$, то расстояние м/у ними:

$$R^2 = (x_1(t) - x_2(t))^2 + (y_1(t) - y_2(t))^2$$

Запишем x - y координаты:

$$1) \begin{cases} x_1(t) = v_0 t \cos \alpha \\ y_1(t) = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y_2(t) = v_0 t \sin \beta - \frac{gt^2}{2} \\ x_2(t) = S - v_0 t \cos \beta \end{cases}$$

$$\text{тогда: } R^2 = (v_0 t (\cos \alpha - \cos \beta) - S)^2 + (v_0 t (\sin \alpha - \sin \beta))^2$$

выразим углы ~~и/з скорости~~: $\cos \alpha - \cos \beta = k$, $\sin \alpha - \sin \beta = m$.

$$\text{получим: } R^2(t) = (v_0 t k - S)^2 + (v_0 t m)^2$$

берем производную по времени: $(R^2(t))' = 2 v_0 (t v_0 (k^2 + m^2) - Sk)$ настроим м. экстремума: $(R^2(t))' = 0$, $2 v_0 (t v_0 (k^2 + m^2) - Sk) = 0 \rightarrow$

$$\Rightarrow t = \frac{Sk}{v_0 (k^2 + m^2)}$$

$$\text{тогда: } R_{\min}^2 = \frac{S^2 m^2}{(k^2 + m^2)^2} \left(\frac{k^4}{k^2 + m^2} + k^2 + k^2 m^2 \right)$$

$$R_{\min} = \frac{Sm}{\sqrt{k^2 + m^2}}$$

Сделаем обратную замену m и k ;
найдем углы α и β ~~и/з скорости~~:

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

$$\begin{aligned} S &= v_0 t \cos \alpha \\ 0 &= v_0 \sin \alpha - g t, \end{aligned} \Rightarrow \cos \alpha \sin \alpha = \frac{Sg}{v_0^2} \Rightarrow \cos^4 \alpha - \cos^2 \alpha + \frac{S^2 g^2}{2v_0^4} = 0$$

пусть $t = \cos^2 \alpha$; тогда:

$$t^2 - t + \frac{S^2 g^2}{2v_0^4} = 0 \Rightarrow t, t_2 = \frac{v_0^2 \pm \sqrt{v_0^4 - 4S^2 g^2}}{2v_0^2}$$

заменим, что $\cos \beta$ получаем такие же значения; значит, можно записать, что:

$$\cos \alpha = \frac{v_0^2 - \sqrt{v_0^4 - 4S^2 g^2}}{2v_0^2} \quad \text{если } \alpha > \beta$$

$$\cos \beta = \frac{v_0^2 + \sqrt{v_0^4 - 4S^2 g^2}}{2v_0^2}$$

тогда:

$$\sin \alpha = \frac{v_0^2 + \sqrt{v_0^4 - 4S^2 g^2}}{2v_0^2}$$

$$\sin \beta = \frac{v_0^2 - \sqrt{v_0^4 - 4S^2 g^2}}{2v_0^2}$$

Подставим в исходное выражение.

$$\begin{aligned} R_{\min}^2 &= \frac{S^2}{k^2 + m^2} \cdot k^2 = \left(\frac{S^2}{2v_0^2} \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos \beta + \cos^2 \beta \right) = \\ &= \left(\frac{v_0^2 - \sqrt{v_0^4 - 4S^2 g^2}}{2v_0^2} \cdot \frac{2\sqrt{v_0^4 - v_0^4 + 4S^2 g^2}}{2v_0^2} + \frac{v_0^2 + \sqrt{v_0^4 - 4S^2 g^2}}{2v_0^2} \right) = \\ &= \frac{2v_0^2 - 2 \cdot 2Sg}{2v_0^2} = 1 - \frac{2Sg}{v_0^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m^2 &= \left(\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \sin \beta + \sin^2 \beta \right) = \\ &= 1 - \frac{2Sg}{v_0^2} \Rightarrow m^2 = k^2 \end{aligned}$$

тогда $R_{\min} = \frac{S}{k^2 + m^2} = \frac{S}{2k^2} = \frac{S}{2} \cdot \frac{1}{k^2} = \frac{S}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2Sg}{v_0^2}} = \frac{S}{2} \cdot \frac{v_0^2}{v_0^2 - 2Sg}$

тогда получим:

$$R_{\min} = \frac{Sm}{\sqrt{k^2 + m^2}} = \frac{S m}{\sqrt{2} \sqrt{m^2}} = \frac{S}{\sqrt{2}}$$

Ответ: $R_{\min} = \frac{S}{\sqrt{2}}$

Задача 3

Запишем процессы: 1-2 и 3-4 изохорны $\Rightarrow A_{12} \text{ и } A_{34} = 0$

I закон термодинамики: $Q = A_{23} + \Delta U$

1-2) $Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{3}{2} 8 J R T_0 = 12 J R T_0$

2-3) $Q_{23} = A_{23}$

3-4) $Q_{34} = \Delta U_{34} = -\frac{3}{2} J R 8 T_0 = -12 J R T_0$

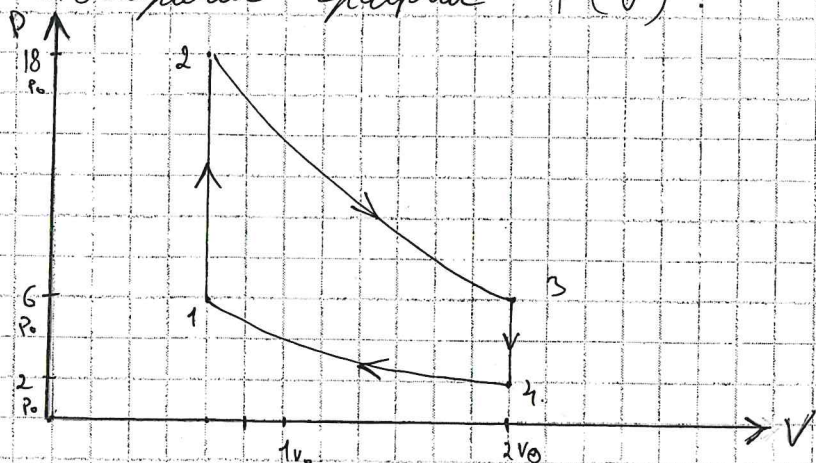
4-1) $Q_{41} = A_{41}$

пусть T_0 - размер ограничим по оси T

P_0 - размер ограничим по оси P

запишем: согласно ур. Менделеева-Клапейрона, $\frac{PV}{T} = \text{const.}$

Построим график $P(V)$:



$$V_1 = \frac{J R \cdot 4 T_0}{6 P_0} = \frac{2}{3} \frac{J R T_0}{P_0}$$

$$V_3 = \frac{J R T_0}{P_0} \cdot \frac{12}{6} = 2 \frac{J R T_0}{P_0}$$

$$\frac{J R T_0}{P_0} = V_0$$

Запишем: $\eta = \frac{Q_H - Q_X}{Q_X}$; $Q_H = Q_{12} + Q_{41}$

$$Q_X = Q_{23} + Q_{34}$$

Нужно найти A_{23} найдем S под графиком $P(V)$ от 2 до 3.

A_{41} найдем S под графиком $P(V)$ от 4 до 1.