

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
19		Корякина	И
Шифр			042001

N1 $P = (7+a-b)^2 + (2+b-c)^2 + (9+c-a)^2$ ~~выразить одну переменную~~

Введем функцию P от трех переменных

Найдем производную функции P для каждой переменной, чтобы найти минимальные значения:

$$P'(a) = 2(7+a-b) + 0 + (-2(9+c-a)) = +14 + 2a - 2b - 18 - 2c + 2a \ominus$$

$$\ominus 4a - 2b - 2c - 4 = 0$$

$$P'(b) = -2(7+a-b) + 2(2+b-c) + 0 = -14 - 2a + 2b + 4 + 2b - 2c \ominus$$

$$\ominus 4b - 2a - 2c - 10 = 0$$

$$P'(c) = 0 - 2(2+b-c) + 2(9+c-a) = -4 - 2b + 2c + 18 + 2c - 2a \ominus$$

$$\ominus 4c - 2b - 2a + 14 = 0$$

получается система: 1) отнимем $\text{I} - \text{III}$:

$$\begin{array}{l} \text{I} \left\{ \begin{array}{l} 4a - 2b - 2c - 4 = 0 \\ 4b - 2a - 2c - 10 = 0 \\ 4c - 2b - 2a + 14 = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 4a - 2b - 2c - 4 - 4c + 2b + 2a - 14 = 0 \\ 6a - 6c - 10 = 0 \\ a = c + 3 \end{array} \end{array}$$

Подставим найденные a и b в P :

2) отнимем $\text{II} - \text{III}$:

$$4b - 2a - 2c - 10 - 4c + 2b + 2a - 14 = 0$$

$$6b - 6c - 24 = 0$$

$$b = \frac{6c + 24}{6} = c + 4$$

3) Подставим a и b в III :

$$4c - 2(c+4) - 2(c+3) + 14 = 0$$

$$4c - 4c - 14 + 14 = 0$$

все сократится значит c любое и $0 = 0$

получится:

$$6^2 + 6^2 + 6^2 = 36 + 36 + 36 = 108$$

Ответ: 108

1	2	3	и	5	Σ
5	7	4	0	3	19

$$N2 \quad P(X) = X^6 + X^5 - 4X^4 + X^2 - X + 506$$

$$Q(X) = X^4 + X^3 - 4X^2 + 1 \quad \leftarrow X_1, X_2, X_3, X_4 - \text{корни } Q(X)$$

$$\text{рассмотрим } Q(X) = X^4 + kX^3 + lX^2 + mX + n$$

по Теореме Виетта:

$$\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = -k = -1 \\ X_1X_2 + X_3X_1 + X_1X_4 + X_2X_3 + X_2X_4 + X_3X_4 = l = -4 \\ X_1X_2X_3 + X_1X_2X_4 + X_1X_3X_4 + X_2X_3X_4 = -m = 0 \\ X_1X_2X_3X_4 = n = 1 \end{cases}$$

следовательно: $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = -1$

Рассмотрим $P(X)$ и заметим:

$$P(X) = X^2(X^4 + X^3 - 4X^2 + 1) - X + 506$$

$$P(X) = X^2 Q(X) - X + 506$$

Если подставим корни $Q(X)$ в $P(X)$ то: ~~получим~~

$$P(X_1) = -X_1 + 506$$

и так найдем

$$P(X_2) = -X_2 + 506$$

$$P(X_1) + P(X_2) + P(X_3) + P(X_4) \ominus$$

$$P(X_3) = -X_3 + 506$$

$$\ominus -X_1 + 506 - X_2 + 506 - X_3 + 506 - X_4 + 506 \ominus$$

$$P(X_4) = -X_4 + 506$$

$$\ominus -(X_1 + X_2 + X_3 + X_4) + 2024$$

$$\text{Заметим } (X_1 + X_2 + X_3 + X_4) = -1 \text{ ;}$$

$$P(X_1) + P(X_2) + P(X_3) + P(X_4) = 1 + 2024 = 2025$$

Ответ: 2025 X

$$N3 \quad x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18}$$

введем $f(x) = x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11$ и $g(x) = \cos \frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18}$
(тогда пусть $g(x) = \cos(P(x))$)

$$-1 \leq g(x) \leq 1$$

Рассмотрим $f(x)$: и найдем его корни

$$x^2 - 6\sqrt{x^2+1} + 11 = 0 \quad ? \quad \text{пусть } \sqrt{x^2+1} = t$$

$$E(t) = t^2 - 1 - 6t + 11 = 0$$

заменим что:

$$t^2 = x^2 + 1$$

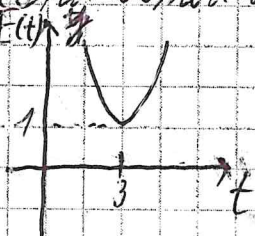
$$D = 36 - 40 < 0 \quad \text{значит эта функция не пересекет ось } t^2 - 1 = x^2$$

Найдем мин значение:

$$E(t)' = 2t - 6 = 0$$

$$t = 3 \in \mathbb{R}, \text{ мин}$$

$$E(3) = 9 - 18 + 10 = 1$$



Значит функция $f(x)$ принимает мин значение ~~мин~~ 1 и тогда $f(x) = g(x)$

пусть тогда $g(x) = 1 \Rightarrow P(x) = 0$

Рассмотрим $P(x)$:

$$\frac{x^2 + \sqrt{2}x - 4}{18} = 0$$

$$x^2 + \sqrt{2}x - 4 = 0 \quad D = 2 + 4 \cdot 4 = 18$$

$$\begin{cases} x = \frac{-\sqrt{2} + \sqrt{18}}{2} = \sqrt{2} \\ x = \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{18}}{2} = -\sqrt{8} \end{cases}$$

$\sqrt{2} - \sqrt{2}$

пересек - 2.

Найдем корни x в $f(x) = 1$:

$$x^2 - 6\sqrt{x^2-1} + 11 = 1$$

пусть $t = \sqrt{x^2-1}$; $t^2 - 1 = x^2$

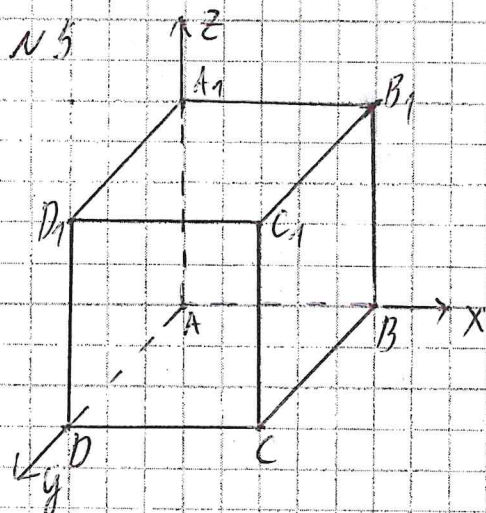
$$t^2 - 6t + 9 = 0$$

$$(t-3)^2 = 0 \Rightarrow t = 3 \Rightarrow \sqrt{x^2-1} = 3 \Rightarrow x^2 = 9-1 \quad \text{отв: } \pm\sqrt{8}$$

$$x = \pm\sqrt{8}$$

$f(x)$ и $g(x)$ совпадут при $x = -\sqrt{8}$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			



Возьмем ребро куба равное 1
наместим куб в систему координат.

$$A_1(0;0;1)$$

$$C_1(1;1;1)$$

$$\overrightarrow{A_1C_1} = \{1; 1; 0\}$$

$$\text{Т.к. } \alpha \perp \overrightarrow{A_1C_1} \Rightarrow \overrightarrow{A_1C_1} = \vec{n}_1 = \{1; 1; 0\}$$

↑
вектор нормали к α

Угол между α и β , это

Угол между $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2 = \varphi$

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$$

$$\cos \varphi = \frac{a+b}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2a^2+b^2}}$$

~~$$\cos \varphi = \frac{a+b}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2a^2+b^2}}$$~~

$$C(1;1;0)$$

$$D_1(0;1;1)$$

$$\overrightarrow{CD_1} = \{-1; 0; 1\}$$

$$\text{Т.к. } \beta \parallel \overrightarrow{CD_1} \Rightarrow \overrightarrow{CD_1} \perp \vec{n}_2 = \{a; b; c\}$$

а это значит: $\vec{n}_2 \perp \overrightarrow{CD_1}$

$$-a + 0 + c = 0 \Rightarrow a = c$$

$$\vec{n}_2 = \{a; b; a\}$$

НО заметим $D_1C \perp \overrightarrow{DA_1} \Rightarrow \beta \perp \overrightarrow{DA_1}$
значит $\vec{n}_2$ является $\vec{n}_2$ ~~нест.~~

$$\overrightarrow{DA_1} = \{0; 1; 0\}$$

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{1 \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 45^\circ$$

Отв. 45°