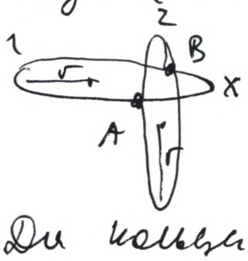
Место для скобы

Шифр Ф-55

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
57 б Пятьдесят семь баллов	17.03.24	Потлишева Е.И.	

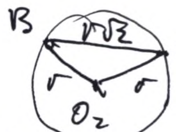
Задача №4.



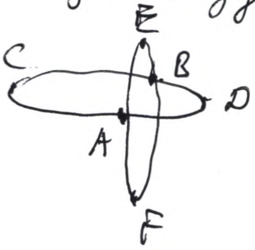
Для кольца 1 длина дуги $AB = X = \frac{2\pi r}{4} = \frac{\pi r}{2} = \frac{\pi r \alpha}{180°}$, $\alpha = \frac{180°}{2} = 90°$

В ΔAO_1B O_1 – центр кольца 1 $AB = r\sqrt{2}$ (прямоуг. равнобедр. Δ).

Для кольца 2 длина AB та же. В ΔAO_2B



$AO_2 = O_2B = r$ по обратной т. Пифагора $\angle AO_2B = 90°$ <=> для кольца 2 длина дуги AB тоже $= \frac{1}{4}\cdot 2\pi r$.



Сопротивление между A и $B = R_{AB}$. Для параллельного соединения (ток пойдёт по ACB, AEB, ADB, AFB)

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_{ACB}} + \frac{1}{R_{AEB}} + \frac{1}{R_{ADB}} + \frac{1}{R_{AFB}} \quad *$$

(2)

$R = \frac{\rho l}{S}$ т.к. для колец ρ и S одинаковые, то $\frac{R_{ADB}}{R_0} = \frac{1}{4} = \frac{R_{AEB}}{R_0}$ и $\frac{R_{ACB}}{R_0} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = \frac{R_{AFB}}{R_0}$ R_0 – сопротивление одного кольца.

$R_{ADB} = R_{AEB} = \frac{R_0}{4}$, $R_{ACB} = R_{AFB} = \frac{3}{4}R_0$. Подставим в $*$:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{4}{3R_0} + \frac{4}{R_0} + \frac{4}{R_0} + \frac{4}{3R_0} = \frac{8\cdot(3+1)}{3R_0} = \frac{32}{3R_0}, \quad R_{AB} = \frac{3R_0}{32}.$$

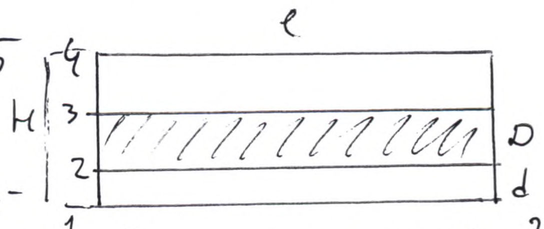
(2)

=> R_{AB} меньше R_0 в $\frac{R_0}{R_{AB}} = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}$ раз $\approx 10,67$ раз (2)

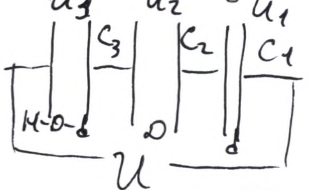
Ответ: в $10\frac{2}{3} \approx 10,67$ раз.

6б

Задача №5



Будем рассматривать коробочку, как 3 соединённых последовательно конденсатора.



Их общее напряжение $U = U_1 + U_2 + U_3 = 4\cdot 10^5$ В.
$l = 10$ см, $H = 1$ см $d = 0,2$ см, $D = 0,4$ см $E = 2\cdot 10^5$ В/см

(4)

Для последовательного соединения конденсаторов $\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}$

Для C_1 и C_3 среда - вакуум, $\varepsilon_1=\varepsilon_3=1$.

$C_1=\frac{1\cdot\varepsilon_0\cdot S}{d}=\frac{\varepsilon_0\cdot l^2}{0,2}=5\varepsilon_0 l^2$ $\quad C_2=\frac{4\varepsilon_0 S}{D}=\frac{4\varepsilon_0 l^2}{0,4}=10\varepsilon_0 l^2$ 2

$C_3=\frac{1\cdot\varepsilon_0 S}{H-D-d}=\frac{\varepsilon_0 l^2}{1-0,4-0,2}=\frac{5\varepsilon_0 l^2}{2}$. $\quad \frac{1}{C}=\frac{1}{5\varepsilon_0 l^2}+\frac{1}{10\varepsilon_0 l^2}+\frac{2}{5\varepsilon_0 l^2}=$ 2

$=\frac{2+1+2\cdot2}{10\varepsilon_0 l^2}=\frac{7}{10\varepsilon_0 l^2}$, $C=\frac{10\varepsilon_0 l^2}{7}$ - общая ёмкость коробочки в начале.

При последовательном соединении $q=q_1=q_2=q_3$, $q=q_2$, $UC=U_2C_2$

$U_2=\frac{UC}{C_2}$. 2

После добавления объёма V диэлектрика D увеличилось на Δd, $D'=D+\Delta d$, и $H-D'-d=H-D-d-\Delta d$. $C_1'=\frac{\varepsilon_0 l^2}{d}=5\varepsilon_0 l^2$

$C_2'=\frac{4\varepsilon_0 l^2}{D'}=\frac{4\varepsilon_0 l^2}{0,4+\Delta d}$ $\quad C_3'=\frac{\varepsilon_0 l^2}{H-D'-d}=\frac{\varepsilon_0 l^2}{0,4-\Delta d}$ 2

Новая ёмкость C'. $\frac{1}{C'}=\frac{1}{C_1'}+\frac{1}{C_2'}+\frac{1}{C_3'}=\frac{1}{5\varepsilon_0 l^2}+\frac{0,4+\Delta d}{4\varepsilon_0 l^2}+\frac{0,4-\Delta d}{\varepsilon_0 l^2}=$

$=\frac{4+2+5\Delta d+8-20\Delta d}{20\varepsilon_0 l^2}=\frac{14-15\Delta d}{20\varepsilon_0 l^2}$, $C'=\frac{20\varepsilon_0 l^2}{14-15\Delta d}$. 2

Пробой диэлектрика произойдёт при $\frac{U_2'}{D'}=E$, $\frac{UC'}{C_2'(D+\Delta d)}=E$

$D+\Delta d=\frac{UC'}{EC_2'}$, $\Delta d=\frac{UC'}{EC_2'}-D=\frac{4\cdot10^5\cdot 20\cancel{\varepsilon_0 l^2}(0,4+\Delta d)}{(14-15\Delta d)\cdot 2\cdot10^5\cdot 4\cancel{\varepsilon_0 l^2}}-0,4$ 2

$0,4+\Delta d=\frac{10(0,4+\Delta d)}{14-15\Delta d}$, $14-15\Delta d=10$, $15\Delta d=4$, $\Delta d=\frac{4}{15}$ см $\approx 0,2667$

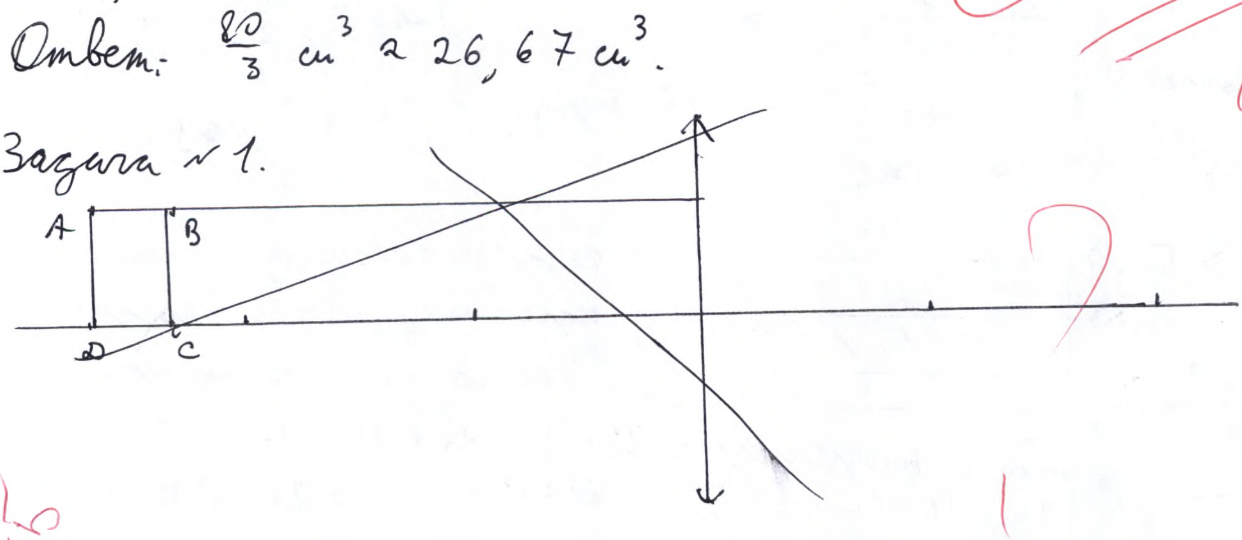
$\approx 2,67$ мм. $V=\Delta d\cdot l^2$ (объём добавленного диэлектрика)

$V=0,267\cdot10\cdot10\approx26,67$ см^3 $=\frac{80}{3}$ см^3 2

Ответ: $\frac{80}{3}$ см$^3\approx26,67$ см^3.

185

Задача № 1.



2

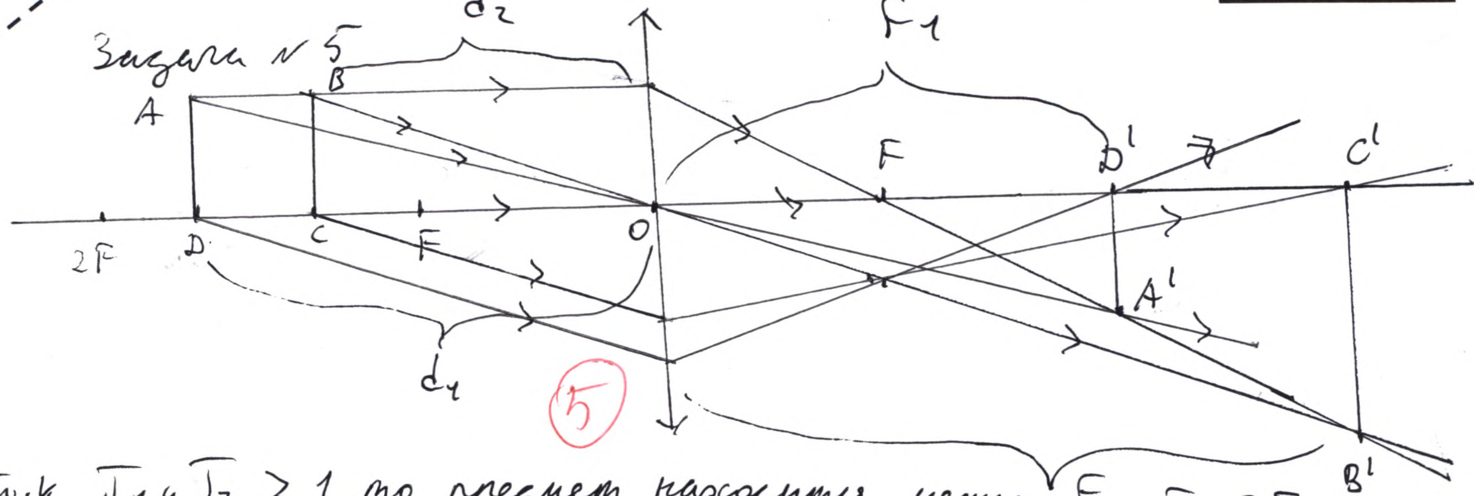
1

Р-55

Место для скобы

Шифр Ф-55

Задача № 5



5

т.к. Γ_1 и $\Gamma_2 > 1$, то предмет находится между F_2 F и $2F$.

$\Gamma_1 = \frac{A'D'}{AD} = \frac{f_1}{d_1} = 2,5$, $f_1 = 2,5 d_1$ 2 $\Gamma_2 = \frac{B'C'}{BC} = \frac{f_2}{d_2} = 6$, $f_2 = 6 d_1$

Для AD по формуле тонкой линзы: $\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{2}{5d_1} =$ 2 $= \frac{7}{5d_1}$, $F = \frac{5}{7} d_1$ Для BC: $\frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{6d_2} = \frac{7}{6d_2}$, $F = \frac{6}{7} d_2$

$\frac{5d_1}{7} = F = \frac{6d_2}{7}$, $d_1 = 1,2 d_2$. $CD = d_1 - d_2 = 1,2 d_2 - d_2 = 0,2 d_2$. 2

$d_2 = \frac{7}{6} F$, $CD = \frac{7}{6} \cdot 0,2 F = \frac{7}{30} F$.

$C'D' = f_2 - f_1 = 6d_2 - 2,5 d_1 = 6 d_2 - \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5} d_2 = 3 d_2 = 3 \cdot \frac{7}{6} F = \frac{7}{2} F$.

$S_{ABCD} = AD \cdot CD = AD \cdot \frac{7}{30} F$. 2 $S_{A'B'C'D'} = \frac{A'D' + B'C'}{2} \cdot C'D'$ ($A'B'C'D'$ – трапеция) $A'D' = 2,5 AD$ $B'C' = 6 BC = 6 \cdot AD$. $S_{A'B'C'D'} = \frac{(2,5 + 6) AD}{2} \cdot \frac{7}{2} F =$ 2 $= \frac{17 \cdot 7}{2 \cdot 4} F \cdot AD$ $\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \frac{17 \cdot 7 F \cdot AD \cdot 30}{8 \cdot 7 \cdot F \cdot AD} = \frac{17 \cdot 30}{8} = \frac{17 \cdot 15}{4} = 63,75$ 2

Ответ: 63,75. Практически нет ошибок

17б

Задача № 2.

Заметим, что если корабли будут продолжать двигаться прямолинейно, то первый ~~корабль~~ достигнет линии пересечения траекторий второй корабль (его $v_2 > v_1$, т.к. корабли идут одинаковое время t, за него 2 корабль пройдёт $v_2 t + \frac{at^2}{2}$, а первый $v_1 t + \frac{at^2}{2} < v_2 t + \frac{at^2}{2}$. Значит векторы их ускорений не коллинеарны векторам их скоростей.

Задача 3.

Рассмотрим, что происходит в цикле: сначала произойдет теплообмен в 1 калориметре, а потом во втором.

$Q_1 = cm_1(t_1^\circ - 10) = c_a m(90^\circ - t_1^\circ)$, $3 \cdot 4200 t_1^\circ - 3 \cdot 4200 \cdot 10 =$ $= 900 \cdot 1 \cdot 90 - 900 \cdot 1 \cdot t_1^\circ$, $(3 \cdot 42 + 9) t_1^\circ = 3 \cdot 42 \cdot 10 + 9 \cdot 90$, $t_1^\circ = \frac{3 \cdot 42 \cdot 10 + 9 \cdot 90}{3 \cdot 42 + 9} =$ $= 15\frac{1}{3}°C$. т.е. $135 t_1^\circ = 126 \cdot t_{01} + 9 \cdot t_{02}$, $t_1^\circ = \frac{126\, t_{01}^\circ + 9 \cdot t_{02}^\circ}{135}$ 2

Потом для 2 калориметра $Q_2 = cm_2(90^\circ - t_2^\circ) = c_a m(t_2^\circ - t_1^\circ)$ 2

$4 \cdot 4200 \cdot 90 - 4 \cdot 4200 t_2^\circ = 900 \cdot 1 \cdot t_2^\circ - 900 \cdot \frac{46}{3}$, $(4 \cdot 42 + 9) t_2^\circ = 4 \cdot 42 \cdot 90 + 9 \cdot \frac{46}{3}$

$t_2 = \frac{90 \cdot 4 \cdot 42 + 3 \cdot 46}{4 \cdot 42 + 9} = \frac{15258}{177} = \frac{5086}{59} \approx 86{,}2°C.$

т.е. $t_2^\circ = \frac{168 \cdot t_{02} + 9 \cdot t_1^\circ}{177}$. В общем случае: 2

Для 1 калориметра: $t_{1n}^\circ = \frac{126\, t_{1n-1}^\circ + 9\, t_{2n-1}^\circ}{135}$

Для 2 калориметра: $t_{2n}^\circ = \frac{168\, t_{2n-1}^\circ + 9\, t_{1n}^\circ}{177}$

Значит, $t_{12}^\circ = \frac{126 \cdot \frac{46}{3} + 9 \cdot \frac{5086}{59}}{135} \approx 20°C$

$t_{22}^\circ = \frac{168 \cdot 86{,}2 + 9 \cdot 20}{177} \approx 82{,}834°C$

$t_{13}^\circ = \frac{126 \cdot 20 + 9 \cdot 82{,}834}{135} \approx 24{,}156°C$

$t_{23}^\circ = \frac{168 \cdot 82{,}834 + 9 \cdot 24{,}156}{177} \approx 79{,}85°C$

$t_{14}^\circ = \frac{126 \cdot 24{,}156 + 9 \cdot 79{,}85}{135} \approx 27{,}87°C$

$t_{24}^\circ = \frac{168 \cdot 79{,}85 + 9 \cdot 27{,}87}{177} \approx 77{,}2°C$

$t_{15}^\circ = \frac{126 \cdot 27{,}87 + 9 \cdot 77{,}2}{135} \approx 31{,}16°C$

$t_{25}^\circ = \frac{168 \cdot 77{,}2 + 9 \cdot 31{,}16}{177} \approx 74{,}86°C$

... через ~~18,76~~ 13 циклов разность станет $= 18{,}76°C$,

через 15 $\approx 14{,}78°C$, через 17 $\approx 11{,}6°C$...

Через 23 цикла разность станет $< 5°C$.

Ответ: 23.

6

16,5