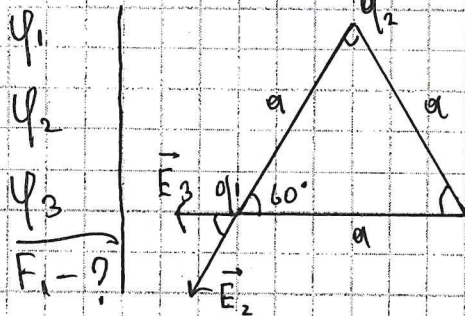


Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
925		Червонская АС	Жюри
Шифр			041745

N4

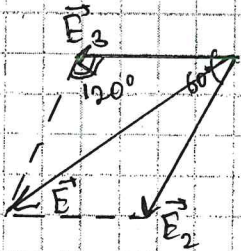


Пусть стороны равностороннего треугольника равны a , тогда потенциал, создаваемый зарядом (т.к. по условию заряды очень малы, их можно принять за точечный заряд) 1, 2, 3 соответственно равен:

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{a} \Rightarrow \frac{\varphi_1}{k} = \frac{q_1}{a}; \quad \varphi_2 = \frac{kq_2}{a}; \quad \varphi_3 = \frac{kq_3}{a}, \text{ где } q_1, q_2, q_3 - \text{заряды 1, 2 и 3 точек соответственно.}$$

Напряженность, создаваемая зарядами 2 и 3: $E_2 = \frac{kq_2}{a^2} = \frac{\varphi_2}{a}; \quad E_3 = \frac{kq_3}{a^2} = \frac{\varphi_3}{a}$

Из принципа суперпозиции напряженность, действующая на заряд q_1 , равна: $\vec{E} = \vec{E}_2 + \vec{E}_3$



По теореме косинусов: $E^2 = E_2^2 + E_3^2 - 2E_2E_3 \cos 120^\circ \Rightarrow$

$$E = \sqrt{E_2^2 + E_3^2 + E_2E_3} = \sqrt{\frac{\varphi_2^2}{a^2} + \frac{\varphi_3^2}{a^2} + \frac{\varphi_2\varphi_3}{a^2}}$$

Из определения напряженности поля, создаваемого точечным зарядом: $\vec{F} = q_1 \cdot \vec{E} \Rightarrow F_1 = q_1 \cdot E =$

$$= q_1 \sqrt{\frac{\varphi_2^2}{a^2} + \frac{\varphi_3^2}{a^2} + \frac{\varphi_2\varphi_3}{a^2}} = \frac{q_1}{a} \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_2\varphi_3} = \frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_2\varphi_3}$$

Ответ: $F_1 = \frac{\varphi_1}{k} \sqrt{\varphi_2^2 + \varphi_3^2 + \varphi_2\varphi_3} = ?$

N1

A: $\frac{1}{3} S \Rightarrow S_1 = S_2 = S_3$

B: $\frac{1}{3} T \Rightarrow T_1 = T_2 = T_3$

S, v

$\Delta t = ?$

Рассмотрим движение автомобиля на 3 участках пути:

$S_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2};$

$S_2 = v t_2;$

$S_3 = v t_3 - \frac{a_3 t_3^2}{2};$

где a_1 - ускорение автомобиля, t_1, t_2, t_3 - время, за которое Автомобиль проходит участки S_1, S_2, S_3 соответственно.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

Скорость в начале второго участка равно скорости в конце первого участка, т.е. $v = a_1 t_1$ (из определения скорости при равноускоренном движении)

$$\text{Тогда } S_2 = v t_2 = a_1 t_1 t_2 = S_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = 2t_2$$

Скорости в начале третьего участка равны скорости в конце второго участка, т.е. скорость на втором участке постоянна, то $S_3 = v t_3 - \frac{a_1 t_3^2}{2} =$

$$= a_1 t_1 t_3 - \frac{a_1 t_3^2}{2} = S_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = t_3 = 2t_2$$

$$\text{Тогда весь путь, пройденный Анной равен } S = \frac{a_1 t_1^2}{2} + v t_2 + v t_3 - \frac{a_1 t_3^2}{2} =$$

$$= a_1 \cdot 2t_2^2 + a_1 \cdot 2t_2^2 + a_1 \cdot 2t_2^2 - a_1 \cdot 2t_2^2 = 6a_1 t_2^2$$

Рассмотрим движение Бориса. Пусть Борис прошел участки пути L_1, L_2, L_3 за время T_1, T_2, T_3 соответственно ($T_1 = T_2 = T_3 = T_0$)

$$L_1 = \frac{a_5 T_0^2}{2}$$

где a_5 — ускорение Бориса. Скорость Анны

$$L_2 = v T_0$$

скорости равна $v = a_5 T_0$, тогда $L_3 = v T_0 - \frac{a_5 T_0^2}{2} =$

$$L_3 = v T_0 - \frac{a_5 T_0^2}{2}$$

$$= a_5 T_0^2 - \frac{a_5 T_0^2}{2} = \frac{a_5 T_0^2}{2}$$

$$\text{Весь путь, пройденный Борисом, составляет: } S = \frac{a_5 T_0^2}{2} + v T_0 + \frac{a_5 T_0^2}{2} =$$

$$= a_5 T_0^2 + a_5 T_0^2 = 2a_5 T_0^2$$

Анна и Борис прошли один и тот же путь: $6a_1 t_2^2 = 2a_5 T_0^2$

$$\text{Решим ускорение } a_1 = \frac{v}{t_1} = \frac{v}{2t_2} \text{ и } a_5 = \frac{v}{T_0}; \quad \frac{3}{2} a_1 t_2 = a_5 T_0 \Rightarrow$$

$$T_0 = \frac{3}{2} t_2$$

Время, за которое Анна прошла весь путь равно: $t_1 + t_2 + t_3 = 5t_2$

Время, за которое Борис прошел весь путь равно: $T = 3T_0 = \frac{9}{2} t_2$

$5t_2 > \frac{9}{2} t_2$, следовательно первым к финишу пришел Борис

$$\Delta t = 5t_2 - \frac{9}{2} t_2 = \frac{1}{2} t_2$$

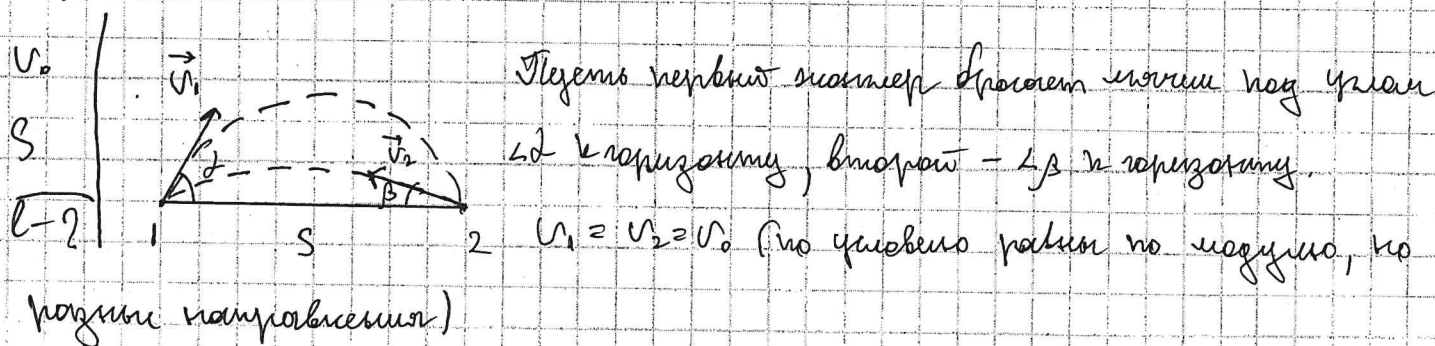
$$\text{Решим } t_2 \geq \frac{S_2}{v} = \frac{S}{3v}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

$$\Delta t = \frac{1}{2} \cdot \frac{S}{3v} = \frac{S}{6v}$$

Ответ: $\Delta t = \frac{S}{6v}$

№2



Расстояние, которое пролетит мячик: $S = v_0 \cos \alpha \cdot t$, где t — время полета.

Проекции скорости v_1 на вертикаль равны: $v_0 \sin \alpha = g \frac{t}{2} \Rightarrow t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$

Тогда $S = \frac{v_0 \cos \alpha \cdot 2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

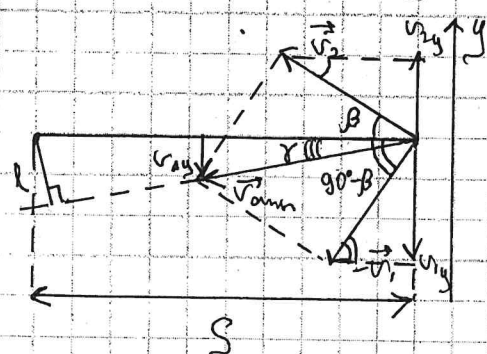
Аналогично для мячика, который бросает второй пример:

$$S = \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \Rightarrow \sin 2\beta = \sin 2\alpha$$

либо $2\alpha = 2\beta$, либо $2\alpha = \pi - 2\beta$, но $2\alpha = 2\beta$ противоречит условию.

Тогда $\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ$

Периоды в мячик вместе, следовательно с первым мячиком



По 3-му закону скорости $\vec{v}_{\text{сум}} = \vec{v}_2 + \vec{v}_1$

П.ч. $\alpha + \beta = 90^\circ$, то $v_{\text{сум}} = \sqrt{v_2^2 + v_1^2} = \sqrt{v_0^2 + v_0^2} = \sqrt{2}v_0$

Разложим проекции v_2 и v_1 на ось y :

$$\sin \beta = \frac{v_{2y}}{v_2} \Rightarrow v_{2y} = v_2 \sin \beta = v_0 \sin \beta$$

$$\sin (90^\circ - \beta) = \frac{v_{1y}}{v_1} \Rightarrow v_{1y} = v_1 \sin (90^\circ - \beta) = v_0 \cos \beta$$

Тогда $v_y = v_{2y} + v_{1y} = v_{0y} = v_0 \cos \beta + v_0 \sin \beta = v_0 (\cos \beta + \sin \beta)$

Заметим, что $\sin \gamma = \frac{v_{0y}}{v_{\text{сум}}} \Rightarrow v_{0y} = \sin \gamma \cdot v_{\text{сум}} = \sqrt{2}v_0 \cdot \sin \gamma$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

Поэтому $\sqrt{2}v_0 \cdot \sin \gamma = v_0 (\cos \beta - \sin \beta)$

$$\sin \gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \beta - \sin \beta) = \frac{2}{\sqrt{2}} (\cos \beta - \sin \beta) = \frac{2}{\sqrt{2}} \cos \beta - \frac{2}{\sqrt{2}} \sin \beta =$$

$$= \sin \frac{\pi}{4} \cos \beta - \cos \frac{\pi}{4} \sin \beta = \sin \left(\frac{\pi}{4} - \beta \right)$$

Тогда $S = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\beta}{g}$, но $\sin 2\beta = \frac{Sg}{v_0^2}$

По формуле косинусов угла: $\sin^2 \gamma = \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \beta \right) = \frac{1 - \cos \left(\frac{\pi}{2} - 2\beta \right)}{2} =$

$$= \frac{1 - \sin 2\beta}{2}$$

Получим $\sin \gamma = \frac{l}{S}$, где l — искомое расстояние, т.е. минимальное расстояние, которое определит как перемещение $l \Rightarrow l = S \cdot \sin \gamma$

$$l = S \cdot \sin \gamma = S \cdot \sqrt{\frac{1 - \sin 2\beta}{2}} = S \cdot \sqrt{\frac{1 - \frac{Sg}{v_0^2}}{2}} = S \cdot \sqrt{\frac{v_0^2 - Sg}{2v_0^2}}$$

Ответ: $l = S \sqrt{\frac{v_0^2 - Sg}{2v_0^2}}$

№ 3

$i=3$ Котлов тепловой машины: $\eta = \frac{Q_n - Q_x}{Q_n} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{Q_x}{Q_n} \right) \cdot 100\%$,
 $\eta = ?$ где Q_x — теплота, отданная окружающей среде, а Q_n — теплота, полученная рабочим телом, т.е. газом.

Из представленного графика найдем отношение для давления и температуры. Заметим, что процессы 1-2 и 2-3 изотермические, т.е. $T = \text{const}$, 1-2 и 3-4 изотермы, т.е. давление пропорционально температуре.

Пусть в начале процесса 1-2 $p_1 = p_0$ и $V_1 = V_0$, тогда $p_1 = p_3 = p_0$,
 $p_2 = 3p_0$, $p_4 = \frac{1}{3}p_0$, $T_1 = T_4 = T_0$ и $T_2 = T_3 = 3T_0$, $V_1 = V_2 = V_0$.

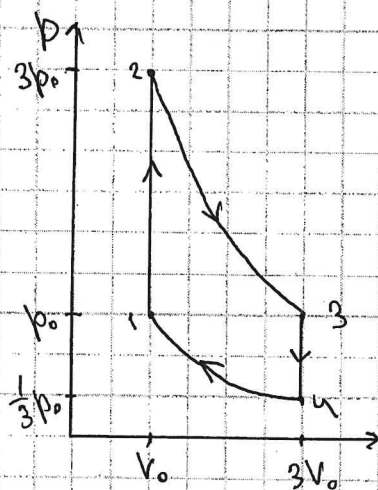
Из уравнения Менделеева-Клапейрона для процессов 1 и 3: $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_3 V_3}{T_3}$,

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{3p_0 V_3}{3T_0} \Rightarrow V_3 = 3T_0 \cdot 3V_0 = V_4$$

Перепишем график в p - V координатах:

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр



В процессах 1-2 и 2-3 ^{получает} ~~получает~~ тепло $\Rightarrow$

$Q_{12} = Q_{12} + Q_{23}$, где Q_{12} и Q_{23} - количество теплоты, полученное газом в процессах 1-2 и 2-3 соответственно

В процессах 3-4 и 4-1 газ отдает тепло $\Rightarrow$

$Q_x = |Q_{34}| + |Q_{41}|$ (по модулю, т.е. отданное количество теплоты отрицательно), где Q_{34} и Q_{41} - количество

теплоты, отданное в процессах 3-4 и 4-1 соответственно

Первое начало термодинамики $Q = \Delta U + A$, где ΔU - изменение внутренней энергии газа, а A - работа газа.

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = \Delta U_{12}, \text{ т.к. } A_{12} = 0 (\Delta V = 0)$$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (3T_0 - T_0) = 3 \nu R T_0$$

$$Q_{34} = \Delta U_{34} + A_{34} = \Delta U_{34}, \text{ т.к. } A_{34} = 0 (\Delta V = 0)$$

$$\Delta U_{34} = \frac{3}{2} \nu R (T_4 - T_3) = \frac{3}{2} \nu R (T_0 - 3T_0) = -3 \nu R T_0$$

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = A_{23}, \text{ т.к. } \Delta U_{23} = 0 (\Delta T = 0)$$

$$Q_{41} = \Delta U_{41} + A_{41} = A_{41}, \text{ т.к. } \Delta U_{41} = 0 (\Delta T = 0)$$

Работа газа в изотермическом процессе можно вычислить по формуле

$$A_{23} = \nu R T_3 \ln \frac{V_3}{V_2} = 3 \nu R T_0 \ln \frac{3V_0}{V_0} = 3 \nu R T_0 \ln 3$$

$$A_{41} = \nu R T_4 \ln \frac{V_1}{V_4} = \nu R T_0 \ln \frac{V_0}{3V_0} = -\nu R T_0 \ln 3$$

$$\text{Получаю } Q_{12} = 3 \nu R T_0 + 3 \nu R T_0 \ln 3 = 3 \nu R T_0 (1 + \ln 3)$$

$$Q_x = |-3 \nu R T_0| + |-\nu R T_0 \ln 3| = \nu R T_0 (3 + \ln 3)$$

$$\eta = \left(1 - \frac{\nu R T_0 (3 + \ln 3)}{3 \nu R T_0 (1 + \ln 3)} \right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{3 + \ln 3}{3 + 3 \ln 3} \right) \cdot 100\% = 35\%$$

$$\text{Ответ: } \eta = 35\%$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

№5

$$V_1 = 5000 \text{ м}^3$$

$$p_{вн1} = 110 \text{ кПа}$$

$$t = 23^\circ \text{C}$$

$$\varphi_1 = 0,1$$

$$M_1 = 0,028 \text{ кг/м}^3$$

$$\varphi_2 = 0,9$$

$$p_{атм} = 100 \text{ кПа}$$

$$p_{вн2} = 9000 \text{ Па}$$

m - ?

Поскольку в начале шар не меняет формы, давление внутри шара равно давлению снаружи: $p_{вн1} = p_{нар1}$, где

$$p_{нар1} = p_{атм} + p_{об1} + \varphi_1 \cdot p_{вн1}, \text{ где } p_{об1} - \text{давление оболочки шара}$$

$$p_{об1} = p_{нар1} - p_{атм} - \varphi_1 \cdot p_{вн1} = p_{вн1} - p_{атм} - \varphi_1 \cdot p_{вн1} =$$

$$= 110 \cdot 10^3 \text{ Па} - 100 \cdot 10^3 \text{ Па} - 0,1 \cdot 9000 \text{ Па} = 9100 \text{ Па}$$

~~Поскольку давление оболочки после изменения влажности~~

$$p_{об2} = p_{вн2}$$

Давление ^{внутри шара} ~~воздуха~~ после изменения влажности

$$p_{вн2} = p_{атм} + p_{об2} + \varphi_2 \cdot p_{вн2}$$

Допустим, что давление оболочки шара не изменяется, т.е. изменение радиуса шара будет пренебрежимо мало, тогда

$$p_{вн2} = 100 \cdot 10^3 \text{ Па} + 9100 \text{ Па} + 0,9 \cdot 9000 \text{ Па} = 114200 \text{ Па}$$

$$\text{По условию температура воздуха постоянна} \Rightarrow p_{вн1} \cdot V_1 = p_{вн2} \cdot V_2 \Rightarrow$$

$$V_2 = \frac{p_{вн1} \cdot V_1}{p_{вн2}} = \frac{110 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot 5000 \text{ м}^3}{114200 \text{ Па}} \approx 4693 \text{ м}^3 - \text{объем шара после изменения влажности}$$

$$\text{Объем шара вычислен по формуле } V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$

$$\text{Радиус шара в начале } R_1 = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 5000 \text{ м}^3}{4\pi}} \approx 10,6 \text{ м}$$

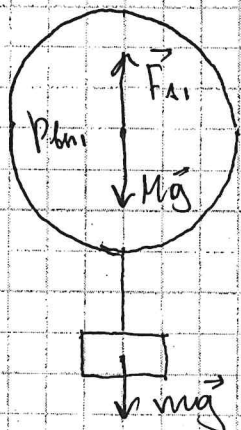
$$\text{Радиус шара в конце } R_2 = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 4693 \text{ м}^3}{4\pi}} \approx 10,4 \text{ м}$$

Изменения радиуса пренебрежимо мало, следовательно, давление оболочки шара можно считать неизменным

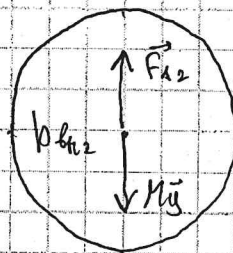
Рассмотрим силы, действующие на шар в первом и во втором излучениях.

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

1-ый шарик (φ_1)



2-ой шарик (φ_2)



M - масса пороха в пороховом заряде, F_{A1} и F_{A2} - силы Архимеда в первом и во втором шариках

Второй закон Ньютона в проекции на вертикальную ось:

$$F_{A1} = Mg + mg$$

$$F_{A2} = Mg$$

По определению сила Архимеда равна:

$$F_{A1} = \rho_{\text{поп}} \cdot V_1 g$$

$$F_{A2} = \rho_{\text{поп}} \cdot V_2 g$$

$\rho_{\text{поп}}$ - плотность пороха

$$F_{A1} - F_{A2} = Mg + mg - Mg = mg = \rho_{\text{поп}} (V_1 - V_2) g \Rightarrow m = \rho_{\text{поп}} (V_1 - V_2)$$

$\rho_{\text{поп}} = \rho_{\text{атм}} + \rho_{\text{порох}}$, где $\rho_{\text{атм}}$ - плотность атмосферного воздуха,

$\rho_{\text{порох}}$ - плотность пороха

Уравнение Менделеева-Клапейрона: $pV = \nu RT \Rightarrow p = \frac{m}{M} RT \Rightarrow$

$$p = \frac{\rho M}{RT}, \text{ тогда } \rho_{\text{порох}} = \frac{\rho_{\text{атм}} M}{RT} = \frac{\rho_{\text{атм}} \cdot M}{RT}$$

Из условия $\rho_{\text{порох}} \ll \rho_{\text{атм}}$, следовательно $\rho_{\text{поп}} \approx \rho_{\text{атм}} = \frac{\rho_{\text{атм}} \cdot M_b}{RT}$, где M_b - молярная масса воздуха, тогда $m = \frac{\rho_{\text{атм}} \cdot M_b (V_1 - V_2)}{RT} = \frac{10^{-5} \text{ г/см}^3 \cdot 0,029 \text{ м}^3 \cdot (5000 - 4693)}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} (1 + 273) \text{ К}} = 339 \text{ мг}$

Ответ: $m = 339 \text{ мг}$

140