Место для скобы

Шифр 08499

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
12б	23.03.24	Гендрина	

1	2	3	4	5
2	6	0	3	1

№4.

$\cos(2x)+\cos^{2023}(2x)+2024\cdot\cos^{2025}(2x)=\sin(x)+\sin^{2023}(x)+2024\cdot\sin^{2025}(x)$

Нет обосн.

это уравнение верно, если:

3б

(1) $\cos 2x=\sin x$, (2) $\cos^{2023}(2x)=\sin^{2023}(x)$, (3) $2024\cos^{2025}(2x)=2024\sin^{2025}(x)$

все 3 уравнения сводятся к решению уравнения (1)

$\cos 2x-\sin x=0$

$1-2\sin^2 x-\sin x=0$

$-2t^2-t+1=0$

$2t^2+t-1=0$

$t_1=-1$ $\quad t_2=\frac{1}{2}$

замена:

$\sin x=t$

$y^2+y-2=0$

$y_1=-2$ $\quad y_2=1$

$\Rightarrow \sin x=-1$ $\quad \sin x=\frac{1}{2}$

$x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in Z$ $\quad x=(-1)^k\arcsin\frac{1}{2}+\pi k,\ k\in Z$

$x=(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\pi k,\ k\in Z$

Ответ: $-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in Z$

$x=(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\pi k,\ k\in Z$.

Место для скобы

Шифр 08499

2б

№1. abcc - четырёхзначное число => чтобы оно было минимальным, первые две цифры должны быть минимальными, то есть a = 1 и b = 0, а остальные цифры должны быть максимальными. Пробуем 99, 98, 89:

$\frac{1099}{19} \approx 57,84$ $\frac{1098}{18} \approx 61$ $\frac{1089}{18} \approx 60,5$

Ответ 1099

№2 $0 < x < \frac{1}{2}$

$0 < x < \frac{1}{2}$

$0 < y < \frac{1}{2}$

$0 < x + y < 1 \Rightarrow x + y < 1$

$0 < x < \frac{1}{2}$

$0 < x < \frac{1}{2}$

$0 < xy < \frac{1}{4}$

$xy < \frac{1}{4}$

2) $y^2 - x^2 > y - x \quad | \cdot (-1)$

$x^2 - y^2 < x - y$

$(x - y)(x + y) - (x - y) < 0$

$(x - y)(x + \cancel{1} y - 1) < 0$

$x + y < 1 \Rightarrow x + y - 1 < 0 \Rightarrow x - y > 0 \Rightarrow x > y$

3) $y^3 - x^3 > y - x \quad | \cdot (-1)$

$x^3 - y^3 < x - y$

$(x - y)(x^2 + xy + y^2) - (x - y) < 0$

$(x - y)(x^2 + xy + y^2 - 1) < 0$

$x - y > 0$ т.к $x > y \Rightarrow$

$x^2 + xy + y^2 - 1 < 0$

$x^2 + xy + y^2 < 1$

$x^2 + 2xy + y^2 - xy < 1$

$(x + y)^2 - xy < 1$ $0 < xy < \frac{1}{4}$

$0 < x + y < 1$

б

6б

Б3.

1) $P(17) = 2024$ может быть только квадратное уравнение

$a_1 \cdot 17^2 + a_2 \cdot 17 + a_0 = 2024$

2) $P(101)$ может быть только линейное уравнение.

$a_2 \cdot 101 + a_0 = 2024$

т.к $|a_0| < 999$, то $a_2 < 18$

из 1 следует, что $a_1 < 9$

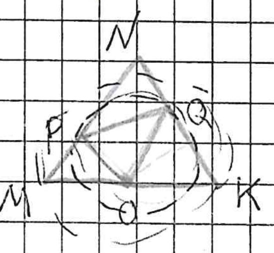
0б.

Продолжение задания №2

$(x+y)^2 - xy < 1$

$xy < \frac{1}{4}$

$(x+y)^2 < \frac{5}{4}$ $\Rightarrow$ неравенство верное.

№5 

Точки P и Q лежат на окружности центром которой является середина MK. Наибольший радиус $R = \frac{1}{2}MK$, наименьший радиус r — радиус окружности, которая касается сторон MN и MK.

$S_\Delta = 1$ $\quad \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 1$ $\quad a^2 = \frac{4}{3}$ $\quad \Rightarrow a = \frac{2}{\sqrt[4]{3}}$

$R = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = OK$.

Из Δ OEK $\frac{r}{OK} = \sin 60° \Rightarrow r = \frac{1}{\sqrt[4]{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt[4]{3}}{2}$

$PQ < 2R$

$PQ < 2r$

$r < l < R$

$\frac{\sqrt[4]{3}}{2} < l < \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\frac{\sqrt[4]{3}}{2} < l < \frac{\sqrt[4]{27}}{3} \Rightarrow \sqrt[4]{3} < PQ < \frac{2\sqrt[4]{27}}{3}$

1б

Исключи-ли.

Ответ $\sqrt[4]{3} < PQ < \frac{2\sqrt[4]{27}}{3}$.