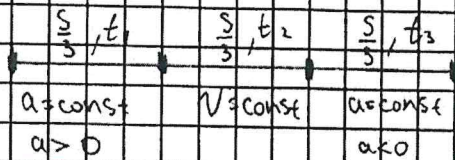


Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
758		Червинецкая АС	Андр

№1

максимальная скорость:

Дано: v, S
 $\Delta t = ?$ 

Пусть t_1, t_2, t_3 - отрезки времени, потраченные автомобилем на 1, 2 и 3 трети пути соответственно
 a - ускор. автомобиля на 1 и 3 трети пути (всегда ускорения)

t_A - время, потраченное автомобилем на весь путь

$$t_A = t_1 + t_2 + t_3$$

Найдем t_A :

1) на первой трети пути движение равноускоренное $\Rightarrow$
 воспользуемся формулой для равноуск. движения: $\frac{v_k^2 - v_0^2}{2a} = S$

у нас $v_0 = 0$ (т.к. машина покоилась) $v_k = v$ - т.к. это ск. на 2 участке $\frac{S}{3}$ - пройден. путь

$$\frac{v^2 - 0}{2a} = \frac{S}{3} \Rightarrow a = \frac{3v^2}{2S}$$

$$V(t) = v_0 + at \Rightarrow V(t) = at \quad - \text{завис. скорости от времени}$$

$$V(t_1) = v$$

$$at_1 = v$$

$$t_1 \cdot \frac{3v^2}{2S} = v$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{2S}{3v}$$

2) на второй трети пути движение с постоянной скоростью

$$\Rightarrow \frac{S}{3} = v \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{S}{3v}$$

~1 (продолжение)

3) на третьей трети пути движение равнозамедленное

$$\Rightarrow a = -\frac{3v^2}{2S}$$

по формуле $\frac{v_k^2 - v_0^2}{2a} = S \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{v_k^2 - v^2}{2 \cdot \left(-\frac{3v^2}{2S}\right)} = \frac{S}{3}$$

$$v_k^2 - v^2 = -\frac{S}{3} \cdot \frac{3v^2}{S} = -v^2$$

$$v_k^2 = 0 \Rightarrow v_k = 0 \text{ - конечная скор. движения}$$

$$V(t) = V_0 + at \Rightarrow V(t) = v - \frac{3v^2}{2S} \cdot t \text{ - на второй трети пути}$$

$$0 = v - \frac{3v^2}{2S} \cdot t_3$$

$$V(t_3) = v_k = 0$$

$$t_3 = \frac{2S}{3v}$$

$$t_A = t_1 + t_2 + t_3 = \frac{2S}{3v} + \frac{S}{3v} + \frac{2S}{3v} = \frac{5S}{3v}$$

$$t_A = \frac{5S}{3v}$$

максимал. скорости:

$\frac{t_6}{3}, S_1$	$\frac{t_6}{3}, S_2$	$\frac{t_6}{3}, S_3$
$a_1 = \text{const}$ $a_1 > 0$	$V = \text{const}$	$a_3 = \text{const}$ $a_3 < 0$

$$S_1 + S_2 + S_3 = S$$

Найти t_6 :1) В первой трети времени движение равноуск. $\Rightarrow$ воспользуемся

формулой: $S_0 = v_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$ - для равноуск. движения.

у нас $v_0 = 0$ (т.к. Борис изначально не бежал)

$$S_1 = 0 + \frac{a_1 \cdot \left(\frac{t_6}{3}\right)^2}{2} \Rightarrow S_1 = \frac{a_1 \cdot t_6^2}{18}$$

Пусть t_6 - общее время бега. S_1, S_2, S_3 - участки пути, пройденные за

1, 2 и 3 трети времени соответственно.

 a_1 - уск. Бориса на 1 и 3 трети времени

~ 1 (продолж.)

2) бо скорость прямолинейного движения фотона с постоянной скоростью $\Rightarrow$

$$S_1 = v \cdot \frac{t_0}{3} \quad S_2 = \frac{v t_0}{3}$$

3) ~~напр~~ на прямом участке движение равноускоренное $\Rightarrow$

$$S_3 = v \cdot \frac{t_0}{3} - \frac{a_1 \left(\frac{t_0}{3}\right)^2}{2} = \frac{v t_0}{3} - \frac{a_1 t_0^2}{18}$$

Сложим выражения, полученные для S_1 , S_2 и S_3

$$S_1 + S_2 + S_3 = \frac{a_1 t_0^2}{18} + \frac{v t_0}{3} + \frac{v t_0}{3} - \frac{a_1 t_0^2}{18} = \frac{2 v t_0}{3} \Rightarrow \frac{2 v t_0}{3} = S$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = S$$

$$t_0 = \frac{3S}{2v}$$

Умно:

$$t_A = \frac{5S}{3v} = \frac{10S}{6v}$$

$$t_0 = \frac{3S}{2v} = \frac{9S}{6v}$$

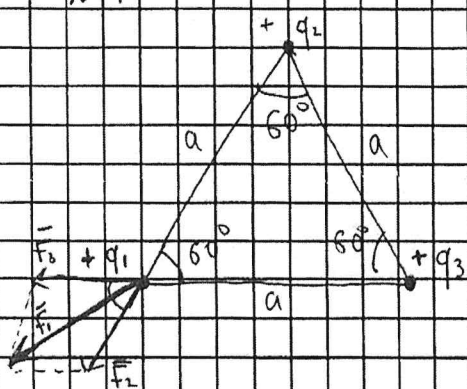
$$\Rightarrow \frac{10S}{6v} > \frac{9S}{6v} \quad \text{т.к. } \frac{10}{6} > \frac{9}{6} \Rightarrow t_A > t_0 \Rightarrow \text{Борис придет к границе первым}$$

$$\Delta t = t_A - t_0 = \frac{10S}{6v} - \frac{9S}{6v} = \frac{S}{6v}$$

Ответ. Борис придет к границе первым

$$\Delta t = \frac{S}{6v}$$

~ 4

 $F_1 = ?$ 

Обозначим заряды шариков для 1, 2 и 3 шарика: q_1, q_2, q_3 соответственно
 пусть a - сторона равност. треугольника
 Δ - равност. $\Rightarrow$ все углы по 60°

№ 4 (магнусовские)

№ 1. Даны заряды q_1, q_2, q_3 :

$$q_1 = \frac{kq_1}{a} \Rightarrow \frac{q_1}{a} = \frac{q_1}{k}$$

k - электр. постоянная

$$q_2 = \frac{kq_2}{a} \Rightarrow \frac{q_2}{a} = \frac{q_2}{k}$$

$$q_3 = \frac{kq_3}{a} \Rightarrow \frac{q_3}{a} = \frac{q_3}{k}$$

На заряд 1 действуют силы F_2 и F_3 со стороны 2 и 3 зарядов соответственно. Т.к. все заряды заряжены положительно $\Rightarrow$

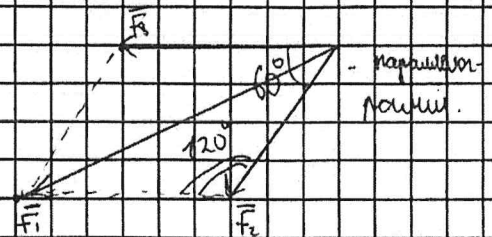
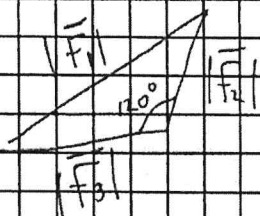
заряды отталкиваются друг от друга.

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_2 + \vec{F}_3, \quad \vec{F}_1 - \text{искомая сила}$$

$$F_2 = \frac{kq_1q_2}{a^2} = k \cdot \frac{q_1}{a} \cdot \frac{q_2}{a} = k \cdot \frac{q_1}{k} \cdot \frac{q_2}{k} = \frac{q_1q_2}{k}$$

$$F_3 = \frac{kq_1q_3}{a^2} = k \cdot \frac{q_1}{a} \cdot \frac{q_3}{a} = k \cdot \frac{q_1}{k} \cdot \frac{q_3}{k} = \frac{q_1q_3}{k}$$

Дано и Δ :



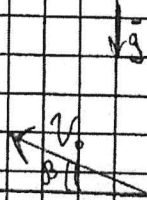
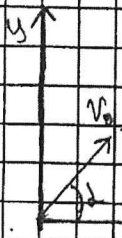
по теореме кос: $F_1^2 = F_2^2 + F_3^2 - 2F_2F_3 \cdot \cos 120^\circ$

$$F_1^2 = \frac{q_1^2 q_2^2}{k^2} + \frac{q_1^2 q_3^2}{k^2} - 2 \cdot \frac{q_1 q_2}{k} \cdot \frac{q_1 q_3}{k} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{q_1^2 (q_2^2 + q_3^2 + q_2 q_3)}{k^2}$$

$$F_1 = \frac{q_1}{k} \cdot \sqrt{q_2^2 + q_3^2 + q_2 q_3}$$

Ответ: $F_1 = \frac{q_1}{k} \cdot \sqrt{q_2^2 + q_3^2 + q_2 q_3} = ?$

№ 2

Дано: V_0, S $d_{min}?$ $d \neq 0$ ~~$x \neq 0$~~ Введем поперечную ось xOy

$$V_{x1} = V_0 \cdot \cos \alpha$$

$$V_{y1}(t) = V_0 \cdot \sin \alpha - g t$$

- для мяча, брошенного под углом α

$$V_{x2} = V_0 \cdot \cos \beta$$

$$V_{y2}(t) = V_0 \cdot \sin \beta - g t$$

- для мяча, брошенного под углом β

$$V_0 = V_0 \cdot \sin \alpha$$

Для мяча брошенного под углом α :

$$V_{y1}\left(\frac{T_1}{2}\right) = 0 \Rightarrow V_0 \sin \alpha - g \frac{T_1}{2} = 0$$

 T_1 - время полета

$$V_0 \sin \alpha = \frac{g T_1}{2}$$

$$T_1 = \frac{2 V_0 \sin \alpha}{g}$$

$$L = V_{x1} \cdot T_1 = V_0 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2 V_0 \sin \alpha}{g} = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} - \text{дальность полета}$$

$$y_1(t) = 0 + V_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g t^2}{2}$$

$$y_1(t) = 0 + V_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g t^2}{2}$$

$$x_1(t) = 0 + V_0 \cos \alpha \cdot t$$

зависимость координат от времени, для мяча, брошенного под углом α Зависимость координат от времени для мяча, брошенного под углом β :

$$y_2(t) = 0 + V_0 \sin \beta \cdot t - \frac{g t^2}{2}$$

$$x_2(t) = S - V_0 \cos \beta \cdot t$$

 d - расст. между мячиками. По формуле для расстояния между точками, координаты которых мы знаем:

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

~ 2 (мгновенно)

$$d^2 = \left(S - V_0 \cdot \cos \beta \cdot t - V_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \right)^2 + \left(V_0 \cdot \sin \beta \cdot t - \frac{gt^2}{2} - \left(V_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2} \right) \right)^2 =$$

$$= \left(S - V_0 t \cdot (\cos \beta + \cos \alpha) \right)^2 + \left(V_0 t (\sin \beta - \sin \alpha) \right)^2$$

Нужно что d принимает минимальное значение тогда же, когда и минимальное значение принимает d^2 .

$$d^2 = S^2 - 2SV_0 t (\cos \beta + \cos \alpha) + V_0^2 t^2 (\cos \beta + \cos \alpha)^2 + V_0^2 t^2 (\sin \beta - \sin \alpha)^2$$

Возьмем производную по времени, приравняем к 0, чтобы найти мин. экстр.

$$(d^2)' = 0 - 2SV_0 (\cos \beta + \cos \alpha) + 2t \cdot V_0^2 (\cos \beta + \cos \alpha) + 2t V_0^2 (\sin \beta - \sin \alpha)^2 = 0$$

$$2V_0^2 t (\cos \beta + \cos \alpha)^2 + (\sin \beta - \sin \alpha)^2 = 2SV_0 (\cos \beta + \cos \alpha)$$

$$t_0 = \frac{S (\cos \beta + \cos \alpha)}{V_0 (\cos^2 \beta + \cos^2 \alpha + 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - 2 \sin \alpha \cdot \sin \beta)} = \frac{S (\cos \beta + \cos \alpha)}{V_0 (2 + 2 \cos \alpha \cdot \cos \beta - 2 \sin \alpha \cdot \sin \beta)}$$

(оч. миним. получается)

$$t_0 = \frac{S (\cos \beta + \cos \alpha)}{2V_0 (1 + \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta)} = \frac{S (\cos \beta + \cos \alpha)}{2V_0 \cos(\alpha + \beta)}$$

- время, при котором расст. между шариками минимально

$$d^2(t_0) = \left(S - \frac{V_0 (\cos \beta + \cos \alpha)^2 S}{2V_0 (1 + \cos(\alpha + \beta))} \right)^2 + \left(\frac{V_0 (\sin \beta - \sin \alpha) (\cos \beta + \cos \alpha)}{2V_0 (1 + \cos(\alpha + \beta))} \right)^2 =$$

$$= S^2 - \frac{S^2 (\cos \beta + \cos \alpha)^2}{1 + \cos(\alpha + \beta)} + \frac{S^2 (\cos \beta + \cos \alpha)^4}{4 (1 + \cos(\alpha + \beta))^2} + \frac{S^2 (\sin \beta - \sin \alpha)^2 (\cos \beta + \cos \alpha)^2}{4 (1 + \cos(\alpha + \beta))^2}$$

Продолж. на стр. 10

и 2 (процесс).

Т.к. пути, по которым процессы идут - разные. $\Rightarrow$ ~~объемы~~ V_1 - разные
и V_2 - разные $\Rightarrow$ также верным окажется достигнуто не одновременно
или не сразу, что одновременно.

и 3

$$\eta = \frac{A}{Q_H} \cdot 100\%$$

A - работа за цикл
 Q_H - Q нагревателя

Длина δ - км-го пути

процессы $1 \rightarrow 4$ и $2 \rightarrow 3$ изотермические (т.к. $T = \text{const}$)

$\Rightarrow \Delta U_{14} = 0$ и $\Delta U_{23} = 0$ - изменение внутр. энергии.

(т.к. $\Delta T_4 = \Delta T_{23} = 0$)

1-й закон термодинамики: $Q = A + \Delta U$

$$Q_{14} = A_{14} + 0 = A_{14}$$

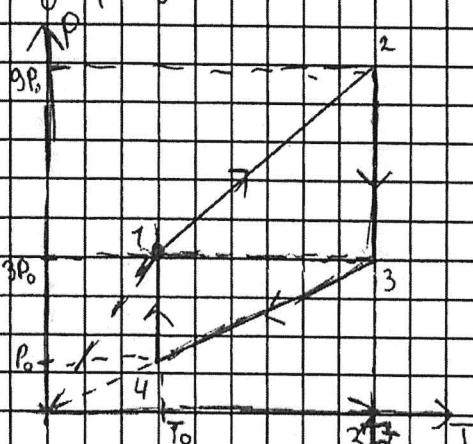
в процессах $1 \rightarrow 2$ и $3 \rightarrow 4$:

$$Q_{23} = A_{23} + 0 = A_{23}$$

$P \sim T \Rightarrow P = kT$, где k - коэффициент пропорциональности

из графика видно, что составленная между P и T в состоянии 1, 2, 3, 4:

изобразим схематично:



$PV = \nu RT$ - уравнение Менделеева-Клапейрона
для сост. 1:

$$3P_0 \cdot V_1 = \nu RT_0 \Rightarrow V_1 = \frac{\nu RT_0}{3P_0}$$

для сост. 2:

$$9P_0 \cdot V_2 = \nu R \cdot 3T_0 \Rightarrow V_2 = \frac{\nu RT_0}{3P_0}$$

$$\Rightarrow V_1 = V_2$$

$V_1 = V_2$, от.к. в процессе $1 \rightarrow 2$: $P \sim T$

из уравнения Менделеева-Клапейрона $P \sim \frac{T}{V}$

$\Rightarrow V = \text{const} \Rightarrow$ процесс $1 \rightarrow 2$ изотермический

н.б. (продолжение)

для сост. 3:

$$3P_0 \cdot V_3 = \nu R \cdot 3T_0 \Rightarrow V_3 = \frac{\nu R T_0}{P_0}$$

для сост. 4:

$$P_0 \cdot V_4 = \nu R T_0 \Rightarrow V_4 = \frac{\nu R T_0}{P_0}$$

$\Rightarrow V_3 = V_4$, а т.к. в процессе $3 \rightarrow 4$: $P \sim T$

и из ур-я сост. $P \sim \frac{T}{V} \Rightarrow V = \text{const}$

$\Rightarrow$ процесс $3 \rightarrow 4$ - изохорный

Итого:

$1 \rightarrow 2$; $3 \rightarrow 4$ - изохорные, причем $\frac{V_{34}}{V_{12}} = \frac{\frac{\nu R T_0}{P_0}}{\frac{\nu R T_0}{3P_0}} = \frac{3}{1}$

$4 \rightarrow 1$; $2 \rightarrow 3$ - изотермические

Работу цикла найдем $P(V)$:

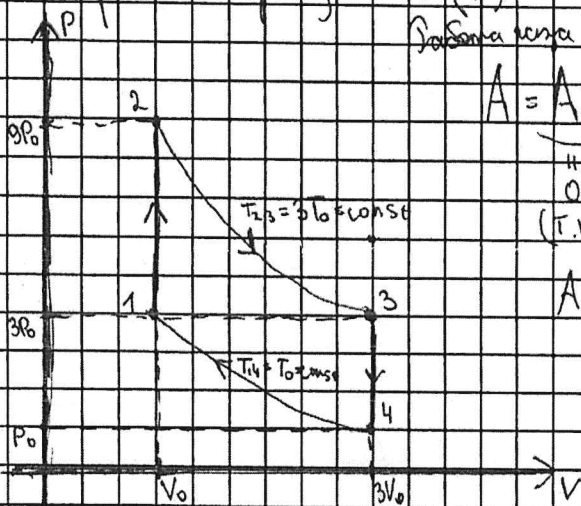
Работа цикла равна:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = A_{23} + A_{41}$$

(т.к. $V = \text{const}$)

$$A = P \Delta V$$

$$PV = \nu RT \Rightarrow P(V) = \nu RT \cdot \frac{1}{V}$$



$$A_{23} = \int_{V_0}^{3V_0} P dV = \int_{V_0}^{3V_0} \nu R T_{23} \cdot \frac{1}{V} dV = \nu R T_{23} \ln V \Big|_{V_0}^{3V_0} = \nu R T_{23} (\ln 3V_0 - \ln V_0) =$$

$$= \nu R T_{23} \ln \frac{3V_0}{V_0} = \nu R T_{23} \ln 3 = 3\nu R T_0 \ln 3$$

$$A_{41} = \int_{3V_0}^{V_0} P dV = \int_{3V_0}^{V_0} \nu R T_{41} \cdot \frac{1}{V} dV = \nu R T_{41} \ln V \Big|_{3V_0}^{V_0} = \nu R T_{41} \ln \frac{1}{3} = \nu R T_0 \ln \frac{1}{3}$$

$$A = A_{23} + A_{41} = 3\nu R T_0 \ln 3 + \nu R T_0 \ln \frac{1}{3} = \nu R T_0 (3 \ln 3 + \ln \frac{1}{3})$$

~ 3 (многознач.)

$$Q_H = Q_{12} + Q_{23} \quad i=3, \text{ степени свободы, т.к. из одноатомного}$$

$$Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12} = \Delta U_{12} = \frac{3}{2} \cdot \nu R (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \nu R (3T_0 - T_0) = \frac{3}{2} \nu R \cdot 2T_0 = 3 \nu R T_0$$

(т.к. процесс 1→2 изотермич.)

$$Q_{23} = A_{23} + \Delta U_{23} = A_{23} = 3 \nu R T_0 \cdot \ln 3$$

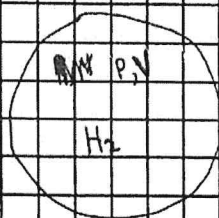
0, т.к. $\Delta U_{23} = 0$
процесс 2→3 - изотерм.

$$Q_H = Q_{12} - Q_{23} = 3 \nu R T_0 + 3 \nu R T_0 \cdot \ln 3 = \nu R T_0 (3 + 3 \ln 3)$$

$$\eta = \frac{A_{12} + A_{23}}{Q_H} = \frac{\nu R T_0 (3 \ln 3 + \ln \frac{1}{3})}{\nu R T_0 (3 + 3 \ln 3)} = \frac{3 \ln 3 + \ln \frac{1}{3}}{3 + 3 \ln 3} \cdot 100\% \Rightarrow \eta \approx 35\%$$

$$\text{Иском. } \eta = 35\%$$

~ 5



$$\eta_1 = \frac{P_1}{P_{\text{н.н}}(t)} \cdot 100\% = 10\%$$

$$\frac{P_1}{P_{\text{н.н}}(t)} = 0,1$$

$$P_1 = 0,1 \cdot P_{\text{н.н}}(t) = 0,1 \cdot 9000 \text{ Па} = 900 \text{ Па}$$

 $P_1 = 900 \text{ Па}$ - наиб. начальная

$$PV = \nu RT$$

из-за идеал. газа - изотермичность

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

- неизм. в изотермич.

$$\eta_2 = \frac{P_2}{P_{\text{н.н}}} \cdot 100\% = 90\%$$

$$\frac{P_2}{P_{\text{н.н}}} = 0,9 \Rightarrow P_2 = 0,9 \cdot P_{\text{н.н}} = 8100 \text{ Па}$$

- наиб. конечная

$$V = 5000 \text{ м}^3$$

$$P = 110 \text{ кПа}$$

$$\eta_1 = 10\%$$

$$P_{\text{атм}} = 100 \text{ кПа}$$

$$t = 43^\circ \text{C} \Rightarrow T = 316 \text{ К}$$

$$\eta_2 = 90\%$$

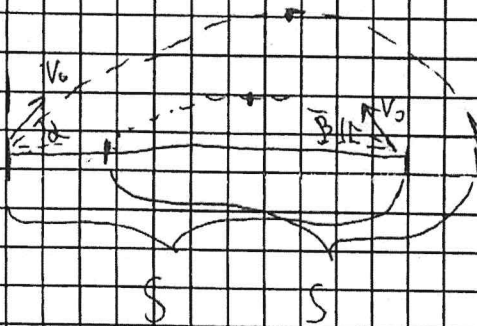
$$P_{\text{н.н}}(t = 43^\circ \text{C}) = 9000 \text{ Па} = 9 \text{ кПа}$$

т.е. - масса баллона, который надо сжать

НБ

№ 2 (продолж.)

Даны координаты полета: $L(\alpha) = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$, где 2α — угол, под которым
 $\alpha \neq \beta \Rightarrow L_1 \neq L_2$ — дальности полета не равны. Если бросок и приземлится



Г.К. S -дальн. полета между выстрелами

$$\Rightarrow L_1 + L_2 = 2S$$

$$L_1 = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

$$L_2 = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\beta}{g}$$

$$\Rightarrow \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} + \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\beta}{g} = 2S$$

$$\frac{v_0^2}{g} \cdot (\sin 2\alpha + \sin 2\beta) = 2S$$

$$\sin 2\alpha + \sin 2\beta = \frac{2Sg}{v_0^2}$$

138