

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
750		Червоненко А.С.	<i>А.С.</i>

Задача №2.

1) Рассмотрим 2 случая: если корабли движутся равноускоренно и если корабли движутся равнозамедленно.

I Равноускоренно. Если корабли движутся так, то для выполнения условия первый корабль должен пройти вертикальную траекторию второго корабля, а затем 2ой корабль выйдет на траекторию 1го корабля. Это будет выглядеть так:  $\delta \xrightarrow{v_2} \dots \rightarrow \delta \rightarrow v_1$

II Равнозамедленно. При таком движении 1ый выйдет до траектории движения 2ого, а 2ой все будет двигаться вперед. Это будет выглядеть так:

$\delta \xrightarrow{v_1}$  и  $\delta \xrightarrow{v_2}$   $\delta$  Заменим систему уравнений для которого  $\delta$  случаи  $\delta$  найдем ускорение. В системах  $\delta$ -исходное ускорение,  $t$ -время до пересечения траекторий; Делая систему представим вместо  $v_2 = 8$  ;  $v_2 = 10$  ;

I

II

$$\begin{cases} 10 = v_2 t + \frac{at^2}{2} & \text{(1) - первый нужно пройти} \\ 8 \geq v_1 t + \frac{at^2}{2} & \text{(2) все расстояние до пересеч, } \delta \text{ и чтобы } \delta \text{ шло} \end{cases} \begin{cases} 8 = v_1 t - \frac{at^2}{2} & \text{1ый наимее расстояние (3)} \\ 9 \leq v_2 t - \frac{at^2}{2} & \text{2ой максимум } \delta \text{ (4)} \end{cases}$$

(1)  $\Rightarrow a = \frac{20(1-t)}{t^2}$  (5), подставим (5)  $\rightarrow$  (2) (3)  $\Rightarrow a = \frac{16(t-1)}{t^2}$  (6), подставим (6)  $\rightarrow$  (4)

$$9 \geq 8t + 10 - 10t$$

$$9 \leq 10t - 16t - 16$$

$$2t \geq 1 \Rightarrow t \geq 0,5$$

$$25 \leq -6t \Rightarrow t \geq \frac{25}{6}$$

Ускорение будет минимальным, когда время движения будет максимальным. В I случае это 0,5 часа, во втором  $\frac{25}{6}$  часа. Рассмотрим эти ситуации:

I

II

$$\begin{cases} 10 = 10 \cdot 0,5 + \frac{a \cdot 0,25}{2} \\ 20 = \end{cases}$$

$$a = \frac{16(t-1)}{t^2}$$

$$a = \frac{16(\frac{25}{6}-1) \cdot 36}{625} = 2,9184$$

$$a = \frac{20(1-0,5)}{0,25} = 40 \text{ миль/с}^2$$

I случай нам не подходит, потому что он не решен с физической точки зрения и нам нужно найти наименьшее ускорение  $\Rightarrow$  II случай нам подходит и является решением задачи

Ответ:  $a = -2,9$  миль/час<sup>2</sup>

128.

Задача №3

1) Так как после каждого погружения рогируются полное теплового баланса, то для всех перемещений можно записать общую формулу



для вычисления температур в калориметрах. Для каждого цикла они будут измерять так:

$$3 \cdot 4200 \cdot (t_{01} - t_1) = 1 \cdot 900 (t_{02} - t_1) \text{ и } 4 \cdot 4200 (t_{02} - t_2) = 900 (t_2 - t_1)$$

$$126 (t_{01} - t_1) = 9 (t_{02} - t_1) \text{ и } 168 (t_{02} - t_2) = 9 (t_2 - t_1), \text{ где}$$

$t_{01}$  - исходная температура в 1ом калориметре в начале цикла

$t_1$  - температура в 1ом калориметре в конце цикла

$t_{02}$  - исходная температура во 2ом калориметре в начале цикла

$t_2$  - температура во 2ом калориметре в конце цикла. По этим

формулам можно считать последовательно температуры в каждом калориметре:

(1) 1ый к:  $t_{n1} = \frac{126 t_{0n} + 9 t_{0n}^2}{135}$ ; здесь  $t_{0n}^1 - t$  в 1 калориметре в начале n-го цикла  
 $t_{0n}^2 - t$  во 2 к-ре в начале n-го цикла

(2) 2ой к:  $t_{n2} = \frac{168 t_{0n}^2 + 9 t_{n1}}{177}$ ; аналогично  $t_{0n}^2 - t$  во 2 к-ре в начале n-го цикла  
 $t_{n1} - (1)$  формула

Ну можно подумать, что таких переключений т.е циклов достаточно много и считать «в ручную» будет долго, посчитали первые 8 циклов и попытаемся найти зависимость:

n цикла	в °C	I к-тр	II к-тр в °C	разница температур в °C
0		10,000	90,000	80
1		15,333	86,200	70,867
2		20,057	82,837	62,780
3		24,242	79,858	55,616
4		27,950	77,218	49,268
5		31,235	74,880	43,645
6		34,145	72,809	38,664
7		36,722	70,974	34,252
8		39,000	69,350	30,35

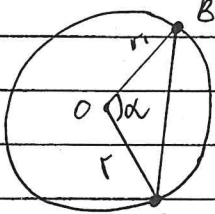
Если мы посмотрим на  $2 \rightarrow 5 \rightarrow 8$  циклы, то можно заметить, что разница температур увеличивается в 0,695383205 раза  $\Rightarrow$  мы можем даже посчитать следующую разницу температур с малым в 3 цикла используя формулу  $t_{k+3} = t_k \cdot \mu$ , где  $\mu = 0,695383205$ . Посчитали разницу раньше: 11 - 21,105 } отсюда видно, что на 23 цикле в конце  
 14 - 14,676 }  
 17 - 10,205 } разница температур равна 4,935, что  
 20 - 7,097 }  
 23 - 4,935 } подходит условию задачи

Ответ: 23 цикла ✓

205

Задача 4.

Сопротивление участка зависит от  $f$ :  $R = \rho \frac{L}{S}$ , у наших колец характеристики  $\rho$  и  $S$  совпадают  $\Rightarrow$  разность сопротивлений  $(R_{AB})$  зависит только от длины участка  $AB$ . Длина полного кольца  $L = 2\pi r$ .

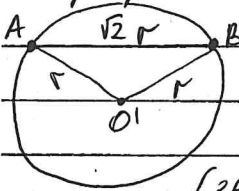


Рассмотрим кольцо сверху: 1) найдем угол  $\alpha$ , а затем найдем сторону  $AB$ .  
 $\frac{\alpha}{4} = \frac{\pi r \cdot L}{180}$  (2). Подставим (1)  $\rightarrow$  (2):

$$\frac{2\pi r}{4} = \frac{\pi \cdot r \cdot L}{180} \Rightarrow L = \frac{180 \cdot 2 \cdot \pi r}{4 \cdot \pi \cdot r} = 90^\circ \Rightarrow \Delta BOA - \text{пр}$$

А тогда сторону  $AB$  можем найти  $AB = \sqrt{2} \cdot r$ .

Теперь рассмотрим систему с другой стороны:



Из рисунка видно, что этот кольцо также не как и предыдущее. Из математических соображений  $\Delta AO'B - \text{пр} \Rightarrow$  длина дуги  $AB = \frac{L}{4}$ .

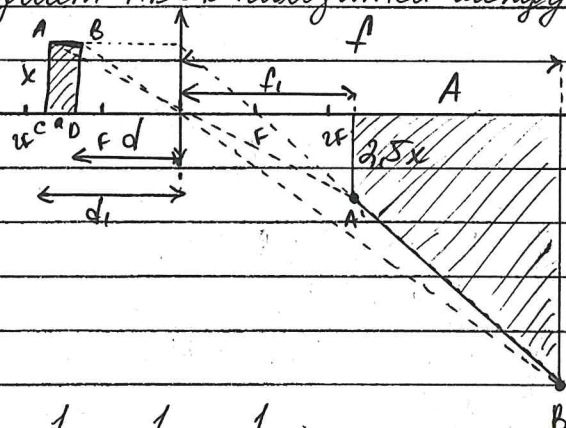
(значок пр = прямоугольный)

Тогда как мы уже помем  $\frac{R_{AB}}{R_{LAB}} = \frac{L}{L/4} = 4$  раза

Ответ: в 4 раза - 80

Задача 1

Если изображение в обоих сферах сторон увеличивается  $\Rightarrow$  что весь предмет  $ABCD$  находится между  $F$  и  $2F$ . Пусть  $AD = x$ , а  $DC = a$ .



Из рисунка видно, что:  
 (2)  $a = d_1 - d$  так как (удвоение)  
 (3)  $A = f - f_1$  ? все система находится в одной плоскости, можем записать, что  $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{d_1}$  приравняем по  $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{d_1}$

(1)  $\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{d_1}$  Также мы знаем, что  $f_1 = \frac{f}{d_1}$  и  $f_2 = \frac{f}{d} \Rightarrow f_1 = 2.5d_1$  и  $f = 6d$ , подставим в (1):  $\frac{1}{6d} + \frac{1}{d} = \frac{1}{2.5d_1} + \frac{1}{d_1}$



$$\frac{1+6}{6d} = \frac{1+2,5}{2,5d_1}, \quad \frac{7}{6d} = \frac{3,5}{d_1 \cdot 2,5} \Rightarrow d = \frac{7 \cdot 2,5 \cdot d_1}{3,5 \cdot 6} = \frac{2,5 d_1}{3} \quad (4)$$

тогда из (2)  $\Rightarrow A/a = d_1 - \frac{2,5 d_1}{3} = \frac{3d_1 - 2,5d_1}{3} = \frac{0,5 d_1}{3}$

$$A = 6d - 2,5 d_1 = 2 \cdot 2,5 d_1 - 2,5 d_1 = 2,5 d_1 \quad (6)$$

Площадь исходной фигуры  $S_{ABCD} = x \cdot a = x \cdot \frac{0,5 d_1}{3}$   
 Площадь получившейся пирамиды  $S'_{ABCD} = \frac{2,5x + 6x}{2} \cdot A = 2,5 d_1 \cdot 4,25x$   
 Тогда найдем их соотношение:

$$\frac{S'_{ABCD}}{S_{ABCD}} = \frac{10,625 d_1 \cdot x \cdot 3}{0,5 x d_1} = 63,75$$

Ответ: 63,75 ✓ 100

Задача №5

Для того, чтобы найти объем диэлектрика, нам нужно найти "высоту"  $d$  на которую он должен занимать, для пробой.

$E_{\text{пробой}} = \frac{U}{d_{\text{всего}}} \Rightarrow U_1 = E_{\text{пробой}} \cdot d_{\text{всего}}$ ; где  $U_1$  это напряжение которое нам нужно сделать при помощи вставки диэлектрика, чтобы произошли пробой.  $U_1 = 20 \cdot (10 - 2d) = 20 \cdot (10 - 4) = 20 \cdot 6 = 120 \text{ В}$

Можем составить соотношение:

$C_1 = U$  где  $C_1$  - без диэлектрика;  $C$  - с диэлектриком,  $d_x$  - толщина  
 $C_2 = U_1$ ,  $C_1 = \frac{\epsilon_0 S}{d - d_x}$ ;  $C_2 = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{(\epsilon - 1)d_x}$  где  $D$  - это постоянная  $8 \text{ мм} \Rightarrow$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{C_1 \cdot U_1}{U} \Rightarrow \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d - d_x} = \frac{\epsilon_0 S \cdot U_1}{U(D - d_x)} \Rightarrow$$

$$\epsilon \epsilon_0 S U (D - d_x) = \epsilon_0 S U_1 d_x$$

$$\epsilon U D - \epsilon U d_x = U_1 d_x \Rightarrow d_x (U_1 + \epsilon U) = \epsilon U D$$

$$d_x = \frac{\epsilon U D}{U_1 + \epsilon U}$$

$$d_x = \frac{4 \cdot 400 \cdot 6}{120 + 4 \cdot 400} = \frac{9600}{1720} = 5,5814 \text{ мм}$$

но до этого было известно  $U_1$  или сила, значит нам нужно решить 1,5814 мм диэлектрика. Его объем можем рассчитать как:

$$V = L^2 \cdot \Delta d = 100 \cdot 100 \cdot 1,5814 = 15814 \text{ мм}^3 = 15,814 \text{ см}^3 \approx 16 \text{ см}^3$$

Ответ: нужно заказать  $\approx 16 \text{ см}^3$  диэлектрика

150.