есто для
кобы

Шифр 08230

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

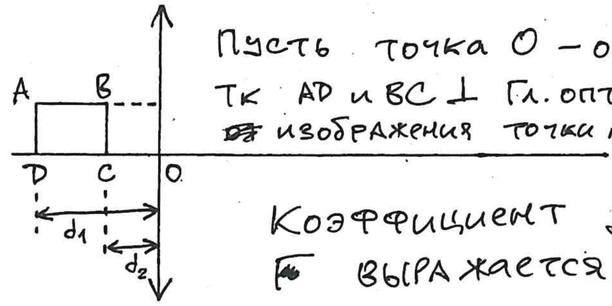
Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
76б		Червинская А.С.	

№1

$\Gamma_1 = 2,5$ (DA)

$\Gamma_2 = 6$ (BC)

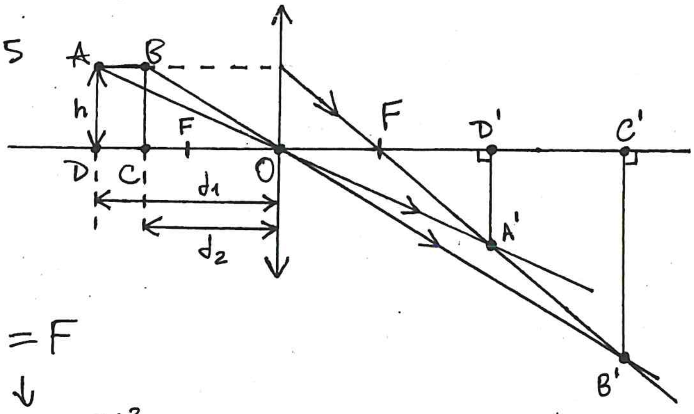
$\dfrac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = ?$



Пусть точка O – оптический центр линзы. Тк AD и BC ⊥ Гл. оптической оси → расстояние ~~от~~ изображения точки A равно расст. изобр-я точки D до линзы.

Коэффициент увеличения изображения ~~Г~~ выражается соотношением: $\Gamma_i = \dfrac{f_i}{d_i}$ где f_i – расстояние от изображения i-того объекта до линзы, а d_i – расстояние от i-того объекта до линзы.

$\Gamma_1 = \dfrac{D'A'}{AD} = \cancel{\dfrac{f_1}{f_2}} = \dfrac{f_1}{d_1} = \dfrac{f_1}{OD} = 2,5$



$\to f_1 = 2,5 d_1$

Согласно формуле тонкой линзы:

$\dfrac{1}{d_1} + \dfrac{1}{f_1} = \dfrac{1}{F}$; $\cancel{\dfrac{f_1}{d_2}} \to \dfrac{1}{d_1} + \dfrac{1}{2.5d_1} = F$

$F = \dfrac{2.5d_1^2}{2.5d_1 + d_1} = \dfrac{5}{7} d_1$

Аналогично, $\Gamma_2 = \dfrac{B'C'}{BC} = \dfrac{f_2}{d_2} = \dfrac{f_2}{BC} = 6 \to f_2 = 6d_2$

Согласно формуле тонкой линзы: $\dfrac{1}{d_2} + \dfrac{1}{f_2} = \dfrac{1}{F} = \dfrac{1}{d_2} + \dfrac{1}{6d_2} = \dfrac{1}{F}$

$\to F = \dfrac{6d_2^2}{6d_2 + d_2} = \dfrac{6}{7} d_2 \to \cancel{d_2 = 1,2d_1}\ \dfrac{6}{7} d_2 = \dfrac{5}{7} d_1 \to d_1 = 1,2 d_2$

$d_1 = OD$; $d_2 = OC$

Введём условные обозначения: $OD = 1,2d$; $OC = d$; $F = 1,4d$; [crossed out]

$AD = BC = h$; $\Gamma_1 = \dfrac{OD'}{OD} = 2.5 \to OD' = 2.5 \cdot \dfrac{1,2d}{1} = 3d$; $\Gamma_2 = \dfrac{OC'}{OC} = 6 \to OC' = 6d$

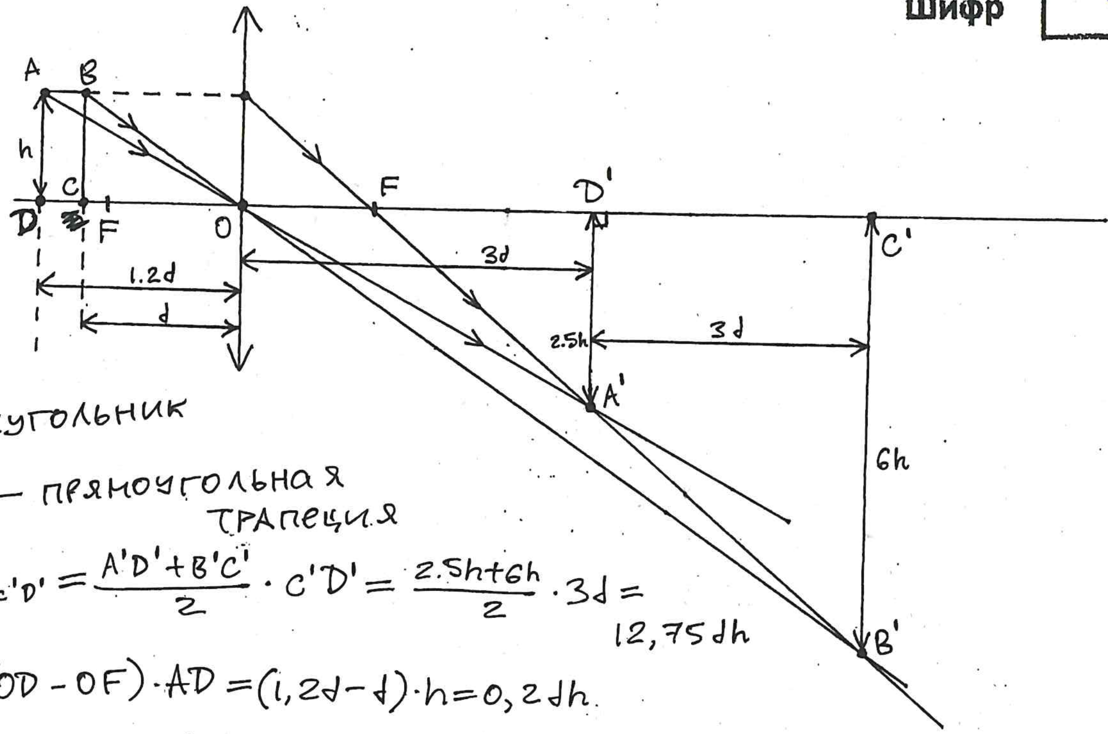
$\Gamma_1 = \dfrac{A'D'}{AD} = 2,5 \to A'D' = 2.5h$; $\Gamma_2 = \dfrac{B'C'}{BC} = 6 \to B'C' = 6h$

$C'D' = OC' - OD' = 3d$

Место для скобы

Шифр 08230

№1



Четырёхугольник $A'B'C'D'$ — прямоугольная трапеция

$$\rightarrow S_{A'B'C'D'} = \frac{A'D' + B'C'}{2} \cdot C'D' = \frac{2.5h + 6h}{2} \cdot 3d = 12{,}75dh$$

$$S_{ABCD} = (OD - OF) \cdot AD = (1{,}2d - d) \cdot h = 0{,}2dh.$$

$$\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \frac{12{,}75d\cancel{h}}{0{,}2d\cancel{h}} = 5 \cdot (12 + 0.75) = 63{,}75$$

Ответ: в 63,75 раза

v 20б,

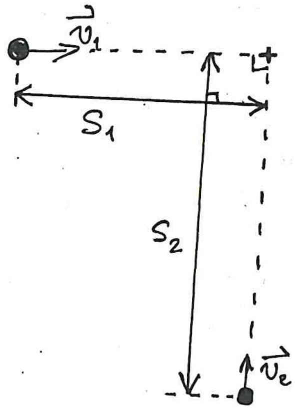
№2

$v_1 = 8 \ \frac{\text{миль}}{\text{час}}$; $v_2 = 10 \ \frac{\text{миль}}{\text{час}}$; $a = ?$

Согласно рисунку: $S_1 = 8$ миль; $S_2 = 10$ миль

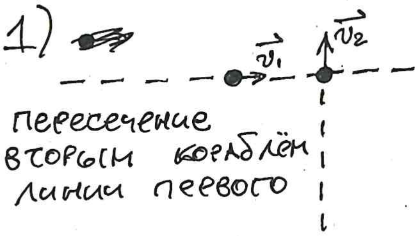
где S_i — расстояние от i-того корабля до точки пересечения траекторий кораблей.

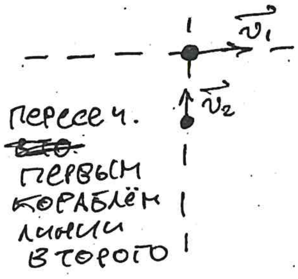
Причём получается, что: $\frac{S_1}{v_1} = \frac{S_2}{v_2} = 1 \text{ час} = \tau$



Через время $\tau = 1$ час в точке пересечения траекторий корабли столкнутся (при условии, что они будут двигаться равномерно)

В данной задаче возможны 2 случая:

1) 

2) 

6б

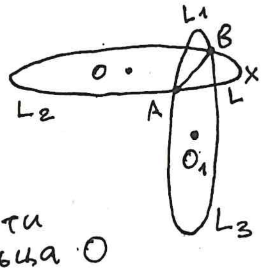
$$\begin{cases} v_1 t + \frac{at^2}{2} \leq S_1 - 1 \\ v_2 t + \frac{at^2}{2} \geq S_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1 t + \frac{at^2}{2} \geq S_1 \\ v_2 t + \frac{at^2}{2} \leq S_2 - 1 \end{cases}$$

Iесто для скобы

Шифр 08230

N4



$L_0 = 4x$ – длина окружности кольца O

Пусть O и O_1 – центры окружностей

Если представить, что дуги AB окружностей вписаны в прямоугольники, то эти прямоугольники будут равны, поскольку AB – их общая длинная сторона $\Rightarrow$ эти дуги равны величине X, т.к. $R \cdot \alpha = R_1 \cdot \alpha_1$, где α_i – углы дуг. $\alpha_i = \frac{L_i}{2\pi R_i}$. Т.к. $R_1 = R_2 \Rightarrow \alpha = \alpha_1 \Rightarrow \frac{L}{2\pi R} = \frac{L_1}{2\pi R_1} \Rightarrow L = L_1 = X$

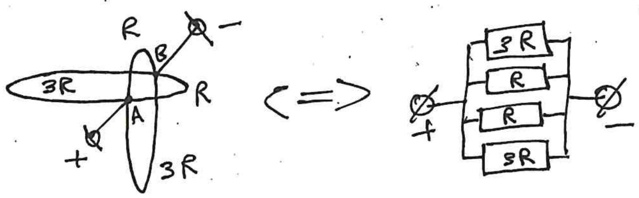
Пусть величина сопротивления R равна $\frac{\rho X}{S}$

где ρ – удельное кольцевое электрическое сопротивления, а S – площадь сечения проволки.

Тогда $R_0 = \frac{\rho L_0}{S} = \frac{\rho \cdot 4x}{S} = 4R$ – сопротивление кольца

$\Rightarrow$ ~~$L_2 = L_3$~~ $R_2 = R_3 = \frac{\rho L_2}{S} = \frac{\rho(L_0 - x)}{S} = \frac{3x \cdot \rho}{S} = 3R$ – сопротивления больших дуг AB

Участок AB будет выглядеть следующим образом:



$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{3R}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{2}{R} + \frac{2}{3R} = \frac{6}{3R} + \frac{2}{3R} = \frac{8}{3R}$$

$$\Rightarrow R_{AB} = 0{,}375R = \frac{3}{8}R$$

Отношение сопротивления участка AB к сопротивлению одного кольца: $\frac{R_{AB}}{R_0} = \frac{3/8 R}{4R} = \frac{3}{32}\cancel{R}$

18б

Ответ: $\frac{3}{32}$

Место для скобы

Шифр 08230

№3 $m_1 = 3$ кг; $m_2 = 4$ кг; $m_3 = 1$ кг; $t_{01} = 10°C$;
$c = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$; $c_A = 900 \frac{Дж}{кг \cdot °C}$ $t_{02} = 90°C$; $N(|t_2 - t_1| < 5°C) = ?$

Цикл первый.

(1): $cm_1(t_{11} - t_{01}) = c_A m_3 (t_{20} - t_{11})$ — уравнение теплового баланса. $(t_{20} = t_{02})$

$cm_1 t_{11} - cm_1 t_{01} = c_A m_3 t_{20} - c_A m_3 t_{11}$

t_{11} — температура при тепловом равновесии между холодной водой m_1 и бруском m_3

$t_{11}(cm_1 + c_A m_3) = c_A m_3 t_{20} + cm_1 t_{01}$

$$t_{11} = \frac{c_A m_3 t_{20} + cm_1 t_{01}}{cm_1 + c_A m_3} = \frac{900 \cdot 1 \cdot 90 + 4200 \cdot 3 \cdot 10}{4200 \cdot 3 + 900 \cdot 1}$$

$$= \frac{81000 + 126000}{12600 + 900} = \frac{207000}{13500} = \frac{23 \cdot 90}{135_{1.5}} = \frac{46}{3} °C$$

(2): $cm_2(t_{02} - t_{12}) = c_A m_3 (t_{12} - t_{11})$ — уравнение теплового баланса.

t_{12} — при тепловом равновесии между горячей водой m_2 и холодным бруском m_3 с температурой t_{11}

$cm_2 t_{02} - cm_2 t_{12} = c_A m_3 t_{12} - c_A m_3 t_{11}$

$$t_{12} = \frac{cm_2 t_{02} + c_A m_3 t_{11}}{c_A m_3 + cm_2}$$

$$t_{12} = \frac{4200 \cdot 4 \cdot 90 + 900 \cdot 1 \cdot \frac{46}{3}}{900 \cdot 1 + 4200 \cdot 4} = \frac{168000 \cdot 9 + 4600 \cdot 3}{16800 + 900} = \frac{1512000 + 13800}{17700} = \frac{1525800}{17700}$$

$$t_{12} = \frac{5086}{59} \approx 81,203 °C$$

$\Delta t_1 = t_{12} - t_{11} = \frac{5086}{59} - \frac{46}{3} = \frac{15258}{177} - \frac{2714}{177} = \frac{12544}{177} °C$; $\Delta t_0 = t_{02} - t_{01} = 80°C$

Разность температур будет убывать в геометрической прогрессии

пусть $k = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_0} = \frac{784}{885}$ — коэффициент регрессии

тогда: $\Delta t_0 \cdot k^N < 5 \rightarrow k^N < \frac{1}{16} \rightarrow$ тк $0 < k < 1 \Rightarrow N > \log_k \frac{1}{16}$

$N > -\log_k 16$ где N — число циклов, $N \in \mathbb{N}$

$N > -\log_k 16 \rightarrow N > -\log_{10^{\lg k}} 16 \rightarrow N > \frac{-\lg 16}{\lg k} \rightarrow N > 22,88...$

ну и т.к. N — целое $\rightarrow N_{min} = N = 23$

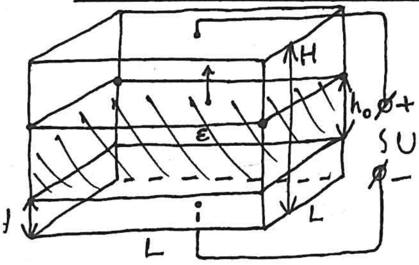
Ответ: 23

20б

Место для скобы

Шифр

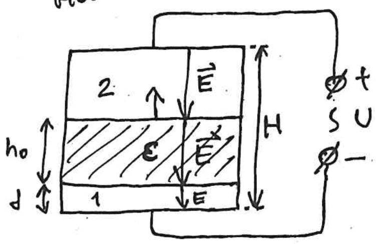
№5 | $L = 0{,}1$ м ; $H = 10^{-2}$ м ; $d = 2\cdot10^{-3}$ мм ;
$h_0 = 4\cdot10^{-3}$ м ; $\varepsilon = 4$; $U = 4\cdot10^{5}$ В ; $\Delta V\left(20\,\frac{\text{кВ}}{\text{мм}}\right) = ?$



Установка в начальный момент времени.

Данную установку можно заменить единым конденсатором ёмкостью C_0, состоящим из 3 слоёв, один из которых – диэлектрик ε

Тогда: $q_0 = C_0 U$, где q_0 – суммарный заряд 3 конденсаторов



Конденсаторы расположены последовательно, а значит, что: $\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{\varepsilon 0}} + \frac{1}{C_2}$

~~C_{ε} находится по~~

Где $C_1 = \frac{\varepsilon_0 L^2}{d}$; $C_2 = \frac{\varepsilon_0 L^2}{H - h_0 - d}$. $(H - h_0 - d) = 10^{-3}(10 - 4 - 2) = 4\cdot10^{-3}$ м $= h_0 = 2d$

$\to C_2 = \frac{\varepsilon_0 L^2}{2d} = \frac{C_1}{2}$; $C_{\varepsilon 0} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 L^2}{h_0} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 L^2}{2d} = \varepsilon C_2 = 4C_2 = 2C_1$

Напряжение U равно сумме напряжений: $U = U_1 + U_{\varepsilon 0} + U_2$

А вот заряды конденсаторов между собой равны:

$q_1 = q_{\varepsilon 0} = q_2 = \frac{q_0}{3} \Longrightarrow$

$C_1U_1 = C_{\varepsilon 0}U_{\varepsilon 0} = C_2U_2$. Тк $C_2 = \frac{C_1}{2} \to U_2 = 2U_1$; ~~А также, если $C_{\varepsilon 0} = 4C_2$, $U_{\varepsilon 0} = \frac{U_2}{4}$~~

А также: $C_{\varepsilon 0} = 2C_1 \to U_{\varepsilon 0} = \frac{U_1}{2}$

$\to U = U_1 + \frac{U_1}{2} + 2U_1 = 3.5U_1 \to U_1 = \frac{2}{7}U \to U_{\varepsilon 0} = \frac{U}{7}$

~~$U_2 = Eh_1 = E(h_0 + \Delta h)$; $U_{\varepsilon 0} = Eh_0$; $E = 20\,\frac{\text{кВ}}{\text{мм}} = 2\cdot10^{7}\,\frac{\text{В}}{\text{м}}$~~

При закачивании диэлектрика электроёмкость среднего конденсатора ε будет уменьшаться по причине увеличения расстояния между пластинами, а значит напряжение $U_{\varepsilon 0}$ будет увеличиваться

12б

$E = 20\,\frac{\text{кВ}}{\text{мм}} = 2\cdot10^{7}\,\frac{\text{В}}{\text{м}}$