

## Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
12	20.03	Корнеев Е.Е.	К

## Задание №2

$$x^2 + kx + k = 0$$

$$x^2 + kx + k = (x - x_1)(x - x_2)$$

Т.к. корни один  $\Rightarrow x_1 = x_2$

$x^2 + kx + k = (x - x_1)^2$ , т.е. уравнение имеет вид:

$$a^2 - 2ab + b^2 = 0, \text{ где } a = x, \quad k = -2b = b^2$$

$$-2b = b^2$$

$$b^2 + 2b = 0$$

$$b(b+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b_1 = 0 \\ b_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 0 \\ k_2 = 4 \end{cases}$$

Ответ:  $k_1 = 0; k_2 = 4$

## Задание №3 (нал.)

Бруски	м золота, кг	м серебра, кг	$\omega$	м бруска, кг
1	a			x
2	b			y
3	0	c		c
1+2	a+b		0,3	x+y
2+3	b		0,2	y+c
1+3	a		0,2	x+c
1+2+3	a+b		?	x+y+c

$$\frac{a+b}{x+y+c}$$

$$?$$

100



Задача №3 (прод.)

$$\begin{cases} a+b = 3 & (A) \\ x+y = 10 & (A') \\ b = 2 & (A'') \\ y+c = 10 & (A''') \\ x+c = 10 & (A''''') \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = \frac{3(x+y)}{10} \\ a = \frac{2(x+c)}{10} \\ b = \frac{2(y+c)}{10} \end{cases} \downarrow + \Rightarrow \begin{cases} \frac{3(x+y)}{10} - \frac{2(x+c)}{10} + \frac{2(y+c)}{10} = 10 \\ 3x+3y = 2(x+y+2c) \\ 3x+3y = 2x+2y+4c \\ 4c = x+y \Rightarrow (B) \end{cases}$$

$$\begin{matrix} a+b & a+b & a+b \\ x+y+c & 4c+c & 5c \end{matrix} \leftarrow \begin{matrix} a+b \\ x+y+c \end{matrix}$$

$$(B) \rightarrow (A): \frac{a+b}{4c} = \frac{3}{10} \Rightarrow a+b = \frac{4c+3}{10} \quad (C)$$

$$\frac{a+b}{5c} \leftarrow (C): \frac{4c+3}{50c}$$

Можно выразить c: сист. ур-н из (A') и (A'''):

$$\begin{cases} b = 2 \\ y+c = 10 \end{cases} \leftarrow b = \frac{4c+3-10a}{10} \quad (\text{из } A) \\ \begin{cases} a = 2 \\ x+c = 10 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{из } (C) \text{ выразим } \\ a \text{ и } b \text{ из } (A') \\ \text{из } (B): x = 4c - y \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 4c-3-10a = 2y+2c \\ 8c+5a-2y = 30a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4c+3-10a \\ y+c \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2y+2c = 4c+3-10a \\ 10c-2y = 10a \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4y+2c+10c-2y = 4c+3-10a+10a \Rightarrow 12c = 4c+3$$

$$8c = 3 \Rightarrow c = \frac{3}{8}$$

$$\frac{4c+3}{50c} \leftarrow c = \frac{3}{8} \quad \begin{matrix} \times \frac{3}{8} + 3 \\ 6,25 \cdot \frac{3}{8} \end{matrix} = \frac{1,5+3}{6,25 \cdot 3} = \frac{4,5}{6,25 \cdot 3}$$



Задача №3 (кон.)

$$\frac{4,5}{0,25 \cdot 3} = 0,204 \Rightarrow 20,4\%$$

4,500	6,25
3750	0,612
750	
625	
1250	
1250	
0	

Ответ: слиток будет содержать 20,4% золота

0,6120	3000
6080	0,204
12000	
12000	
0	

Задача №4 (кон.)

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{a+1}{b+1} + \frac{b+1}{c+1} + \frac{c+1}{a+1} &\leq \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \\ a, b, c &> 0 \end{aligned} \right.$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} - \frac{a+1}{b+1} - \frac{b+1}{c+1} - \frac{c+1}{a+1} \geq 0$$

$$\left( \frac{b+1}{a} - \frac{a}{b+1} \right) + \left( \frac{c+1}{b} - \frac{b}{c+1} \right) + \left( \frac{a+1}{c} - \frac{c}{a+1} \right) \geq 0$$

$$\frac{ab^2 + a - ab^2 - b}{b(b+1)} + \frac{bc^2 + b - bc^2 - c}{c(c+1)} + \frac{ac^2 + c - ac^2 - a}{a(a+1)} \geq 0$$

$$\frac{b(b+1)}{a-b} + \frac{c(c+1)}{b-c} + \frac{a(a+1)}{c-a} \geq 0$$

$$\frac{(c^2+c)(a-b) + (b^2+b)(b-c) + (c-a)}{bc(b+1)(c+1)a(a+1)} \geq 0$$

$$\frac{ac^2 - 2bc^2 + ac - 2bc + b^3 + b^2 + c - a}{bc(b+1)(c+1)a(a+1)} \geq 0$$

$$\frac{(a^3+a)(ac^2 - 2bc^2 + ac - 2bc + b^3 + b^2) + (b^2c + bc)(c-a)}{abc(a+1)(b+1)(c+1)} \geq 0$$

$$\frac{a^3c^2 - 2a^2bc^2 + a^2c - 2a^2bc + a^2b^3 + a^2b^2 + a^2c^2 - 2abcs^2 + ac^2 - 2abcs + ab^3 + ab^2(b^2 + bc + b^2 + bc)(c-a)}{abc(a+1)(b+1)(c+1)} \geq 0$$

$$\frac{a^3c^2 - 2a^2bc^2 + a^2c + 2a^2bc + a^2b^3 + a^2b^2 + a^2c^2 - 2abcs^2 + ac^2 - 2abcs + ab^3 + ab^2(b^2 + bc + b^2 + bc)(c-a)}{abc(a+1)(b+1)(c+1)} \geq 0$$



Задача №4 (кон.)

$$-3abc(ac+a+c+1) + ac^2(ac+a+c+1) + ab^2(ab+a+b+1) + bc^2(bc+b+c+1) \geq 0$$

$$abc(a+1)(b+1)(c+1)$$

$$abc(a+1)(b+1)(c+1) \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ac(ac+a+c+1)(c-3b) + \dots \geq 0$$

Пусть:

$$c - 3b = 0$$

$$3b = c$$

$$b = \frac{c}{3}$$

Пусть  $c = 1$