

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
18		Корсаков	И
Шифр			

1.1

$$x > y$$

$$x^2 + y^2 = \frac{5}{2}xy \quad | \cdot 2$$

$$2x^2 + 2y^2 - 5xy = 0$$

$$2\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2 - 5\left(\frac{x}{y}\right) = 0$$

$$\frac{x}{y} = t \geq 0$$

$$2t^2 + 2 - 5t = 0$$

$$2t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = 9 = 3^2$$

$$t_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4} \quad \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\frac{x}{y} = 2 \quad \frac{x}{y} = \frac{1}{2}$$

$$x = 2y \quad y = 2x$$

$$\frac{x+x}{x-x} = \frac{2y+y}{2y-y} = \frac{3y}{y} = 3$$

Ответ: 3

1	2	3	4	5	Σ
6	0	7	0	5	18

1.2

$$\begin{cases} a^2 - a = x & x - \text{целое} \\ a^2 - a = y & y - \text{целое} \end{cases}$$

$$a^2 = (a^2)^2$$

$$\begin{cases} a^2 = x + a \\ a^2 = y + a \end{cases}$$

$$a^2 = (x^2)^2$$

$$a^2 = (x+a)^2$$

$$y + a = x^2 + 2xa + a^2$$

$$y + a = x^2 + 2ax + x + a$$

$$y = x(x + 2a + 1) \Rightarrow 2a - \text{целое}$$

$$a^2 - a - x = 0$$

$$D = 1 + 4x$$

$$a = \frac{1 \pm \sqrt{1+4x}}{2}$$

$$2a = 1 + \sqrt{1+4x}$$

$$1 + 4x = z^2$$

$$z - \text{целое}$$

$$4x = z^2 - 1^2$$

$$4x = (z-1)(z+1)$$

$$\begin{cases} z-1=4 \\ z+1=x \end{cases} \quad \begin{cases} z-1=x \\ z+1=4 \end{cases}$$

$$z = 4+1$$

$$z = 5$$

$$\Rightarrow 5-1=x$$

$$x = 6$$

$$6 - \text{целое}$$

$$\begin{cases} z-1=x \\ z+1=4 \end{cases}$$

$$z = 4-1$$

$$z = 3$$

$$\Rightarrow 3-1=x$$

$$x = 2$$

$$2 - \text{целое}$$

и т. д.

1.3

$$a_n = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^2} - \frac{1}{n^4}$$

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{n^4} = \frac{n^4 - 1}{n^4} = \frac{(n^2-1)(n^2+1)}{n^4} = \frac{(n-1)(n+1)(n^2+1)}{n^4}$$

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

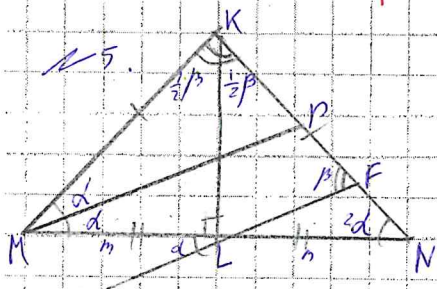
$$\frac{2^4}{n} - \frac{2}{n^3} = \frac{2n^4 - 2}{n^3} = \frac{2(n^2 - 1)}{n^3} = \frac{2(n-1)(n+1)}{n^3}$$

$$\frac{(n-1)(n+1)(n^2+1)}{n^4} + \frac{2(n-1)(n+1)}{n^3} - \frac{(n-1)(n+1)^3}{n^4}$$

$$\frac{1 \cdot 3^3 \cdot 2 \cdot 4^3 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 3 \cdot 5^4 \cdot \dots \cdot 22 + 29^3 \cdot 29 \cdot 80}{2 \cdot 3 \cdot 3^4 \cdot 4^4 \cdot \dots \cdot 28^4 \cdot 29^4} = \frac{1 - 80^3}{2^3 \cdot 29} = \frac{80^3}{2 \cdot 29} = \frac{80^3}{632}$$

Ответ: $\frac{80^3}{632}$

X



Дано
 $\triangle MKN$ - равноб.
 MP - медиан.
 KL, MP - биссектр.
 $MP = 2KL$
 Найти $\angle MKN$

Проведем LF параллельно MP
 тогда $\angle KMP = \angle PMN = \angle FLN = \alpha$
 $\angle MKL = \angle LKN = \angle KFL = \beta$

$$2\alpha + \beta = 90^\circ$$

$LF \parallel MP$

LF - медиан. $\triangle MPN$?

$$LF = \frac{1}{2} MP = KL$$

$$\beta = 3\alpha \quad \text{используем}$$

$$2\alpha + \beta = 90^\circ \quad (\text{по } \triangle M)$$

$$2\alpha + 3\alpha = 90^\circ$$

$$5\alpha = 90^\circ$$

$$\alpha = 18^\circ$$

$$\Rightarrow \beta = 18 \cdot 3 = 54^\circ$$

$$\angle MKN = 54^\circ \cdot 2 = 108^\circ$$

Ответ: 108°

X