

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА «ОРМО»
ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

ОМ10-46

Шифр

1.	Предмет	МАТЕМАТИКА															
2.	Вариант	1															
3.	Класс	10															
4.	Фамилия	Б	А	Л	А	К	И	Н	А								
	Имя	Э	В	Е	Л	И	Н	А									
	Отчество	С	Е	Р	Г	Е	Е	В	Н	А							
5.	Дата рождения	1	9			0	9			2	0	0	5				
		Число		Месяц		Год											
6.	Страна	Россия															
7.	Регион (пр: Томская обл., Калининградская область)	СВЕРДЛОВСКАЯ ОБЛАСТЬ															
8.	Вид муниципального образования (пр: пгт, деревня, село, город)	город															
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	ЕКАТЕРИНБУРГ															
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь в данное время	МАОУ ЛИЦЕЙ № 135															

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись



Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
16		Величинин М.А.	Вич

$$4.(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) - (ax+bz)^2 - (ay+cx)^2 - (az-ay)^2$$

$$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) \geq 0$$
 при любых a, b, c, x, y, z , т.к. каждое слагаемое $\geq 0 \Rightarrow$

~~теперь я раскрою скобки и сокращу на одинаковые~~
 $\Rightarrow$ для того чтобы доказать неравенство, нужно доказать, что $(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2) > (ax+bz)^2 + (ay+cx)^2 + (az-ay)^2$

и раскрою скобки и сокращу на одинаковые слагаемые (т.к. они равны и их не нужно сравнивать)

$$a^2x^2 + b^2x^2 + c^2x^2 + a^2y^2 + b^2y^2 + c^2y^2 + a^2z^2 + b^2z^2 + c^2z^2$$

$$a^2x^2 + 2axbz + b^2z^2 + b^2y^2 + 2bycx + c^2x^2 + c^2z^2 - 2c^2ay + a^2y^2$$

остается, что еще нужно сравнить

$$b^2x^2 + c^2y^2 + a^2z^2 \quad 2axbz + 2bycx - 2c^2ay$$

можно заметить, что в обеих частях есть bx, cy, az , и заменим их, чтобы было проще

$$bx = p \quad cy = n \quad az = d$$

$$p^2 + n^2 + d^2 \quad 2pd + 2np + 2nd$$

я могу добавить и тут не убрать лишние числа и буквы

$$p^2 + n^2 + d^2 + 2nd - 2nd \quad 2pd + 2np - 2nd$$

я могу убрать $-2nd$, т.к. они равны и их не нужно сравнивать

$$p^2 + n^2 + d^2 + 2nd \quad 2pd + 2np$$

такими же образом я могу прибавить „2pd“ и „2np“ в левую часть и тут же их убавить и сократим с правой частью

В итоге с левой стороны у меня останется $p^2 + n^2 + d^2 + 2nd - 2pn - 2pd$, а с правой 0
далее собираемся по формуле

$$(n+d)^2 + p^2 - 2pn - 2pd \quad \text{как нужно доказать, что это}$$

$$(n+d)^2 + p^2 - 2p(n+d) \quad \text{непосредственно создадим квадрат}$$

$$(n+d)^2 + p^2 - 2p(n+d) + (n+d)^2 - (n+d)^2 \quad \neq$$

$$(p^2 - (n+d)^2)^2 \quad \text{а квадрат любого числа } \geq 0, \text{ можно}$$

$$\text{вернуть положительное число } (bx - (ay + az))^2 \geq 0$$

Ответ: доказано

$$\text{л2. } p(x) = (a+1)x^2 - (a+1)x + 2022$$

$$-2022 \leq p(x) \leq 2022$$

$$-2022 \leq (a+1)x^2 - (a+1)x + 2022 \leq 2022 \quad | -2022$$

$$-4022 \leq (a+1)x^2 - (a+1)x \leq 0$$

это неравенство не зависит от a , при любых x оно будет ≤ 0

при $x=0$ все выражение $= 0$

или $x=1$ все исчезает

$$\text{при } x \in (0;1) \quad x^2 < x \rightarrow (a+1)x^2 < (a+1)x$$

Ответ: a может быть любым числом

$$\text{л3. } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

$$a^5 - 2022a + 1011 = 0$$

$$a(a^4 - 2022) = -1011$$

$$b^5 - 2022b + 1011 = 0$$

$$a = \frac{-1011}{a^4 - 2022}$$

$$c^5 - 2022c + 1011 = 0$$

$$a = \frac{-1011}{a^4} + \frac{1}{2}$$

$$a + \frac{1011}{a^4} = \frac{1}{2}$$

№1.

$1! + 2! + 3! + \dots + n!$ является полным квадратом

n может быть только 1 и 3

$1! + 2! + 3! + 4! = 33$ при делении на 5 дает остаток

3, все последующие факториалы делятся на

5, а значит суммы последующих факто-

риалов заканчиваются на 5 и 0, а значит

такая сумма оканчивается при $n > 4$ на

3 и на 8, но квадраты любых чисел оканчи-

ваются на 1, 4, 9, 5, 6, остается проверить

1, 2, 3, 4

Получают только 1 и 3 $\sqrt{1} = 1$ $\sqrt{9} = 3$

Ответ: 1, 3