

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
19		Борисков	И
Шифр			042101

$$1. \quad x^2 + y^2 = \frac{5}{2}xy \Rightarrow (x+y)^2 = \frac{9}{2}xy \text{ т.к. } (x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$$

$$\text{т.е. } x+y = 3\sqrt{\frac{xy}{2}}$$

$$\text{Аналогично для } (x-y)^2 \text{ получаем, что } x-y = \sqrt{\frac{xy}{2}}$$

$$\text{Тогда } 2x = (x+y) + (x-y) = 4\sqrt{\frac{xy}{2}}; \quad x = 2\sqrt{\frac{xy}{2}}$$

$$2y = (x+y) - (x-y) = 2\sqrt{\frac{xy}{2}} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{xy}{2}} \Rightarrow x = 2y$$

$$\text{Тогда } \frac{x+y}{x-y} = \frac{3y}{y} = 3$$

Ответ: 3

x

1	2	3	4	5	Σ
7	2	4	2	19	h

2. a^2 - a и $a^4 - a$ - целые числа.

Значит $\{a\} = \{a^2\} = \{a^4\}$, но если в десятичной
записи числа x цифр после запятой ($x \neq 0$), то,
как всем известно, в десятичной записи числа
 a^2 будет $2x$ цифр после запятой $\Rightarrow \{a\} = 0 \Rightarrow$
 a - целое число ($\{a\}$ - дробная часть числа a) и т.д. ✓

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись

Шифр

$$3) a_n = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^3} - \frac{1}{n^4} = \frac{n^4 + 2n^3 - 2n - 1}{n^4} = \frac{n^4 + 2n(n^2 - 1) - 1}{n^4}$$

$$= \frac{n^4 + 2n(n^2 - 1) - 1 + n^2 - n^2}{n^4} = \frac{n^4 + 2n(n^2 - 1) + n^2 - 1 - n^2}{n^4} = \frac{(n^2 + 2n + 1)(n^2 - 1)}{n^4}$$

$$= \frac{(n+1)^3(n-1)}{n^4}$$

$$a_n = \frac{(n+1)^3(n-1)}{n^4} \quad a_{n-1} = \frac{n^3(n-2)}{(n-1)^4} \quad a_{n+1} = \frac{(n+2)^3(n)}{(n+1)^4}$$

Из этого следует, что в произведении $a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \dots \cdot a_{49}$ сокращается всё кроме 80^3 т.е.

$$a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot \dots \cdot a_{49} = \frac{80^3}{2^3 \cdot 79} = \frac{512000}{2^3 \cdot 79} = \frac{64000}{79}$$

число дальше дроби не сокращается

Ответ: $\frac{64000}{79}$

до 60?

меньше!

X

Общий балл	Дата	Ф.И.О. Жюри	Подпись
Шифр			

4. x - средний вес яблок в 1 корзине
 y - средний вес яблок во 2 корзине
 k_1, k_2 - яблок в 1/2 корзине

$$x k_1 + y k_2 = (x+3)/(k_1-1) + (y+3)/(k_2+1) = (1,03x+3,09)/(k_1-2) + (1,03y+3,09)/(k_2+2)$$

$$x k_1 + y k_2 = x k_1 + 3 k_1 - x - 3 + y k_2 + 3 k_2 + y + 3 = 1,03 x k_1 + 3,09 k_1 - 2,06 x - 6,18 + 1,03 y k_2 + 3,09 k_2 + 2,06 y + 6,18$$

$$0 = 3 k_1 - x - 3 + 3 k_2 + y + 3 = 0,03 x k_1 + 3,09 k_1 - 2,06 x - 6,18 + 0,03 y k_2 + 3,09 k_2 + 2,06 y + 6,18$$

$$0 = y - x + 3 k_1 + 3 k_2 = 0,03 x k_1 + 3,09 k_1 - 2,06 x + 0,03 y k_2 + 3,09 k_2 + 2,06 y$$

$$y - x + 3 k_1 + 3 k_2 = 0$$

$$0,03 x k_1 + 3,09 k_1 - 2,06 x + 0,03 y k_2 + 3,09 k_2 + 2,06 y = 0$$

$$x = y + 3 k_1 + 3 k_2$$

$$x k_1 + y k_2 + 1,03 k_1 - 1,02 x + 1,03 k_2 + 1,02 y = 0$$

$$y - x + 3 k_1 + 3 k_2 = 0$$

$$x k_1 + y k_2 = 102 x - 103 k_1 - 103 k_2 - 102 y$$

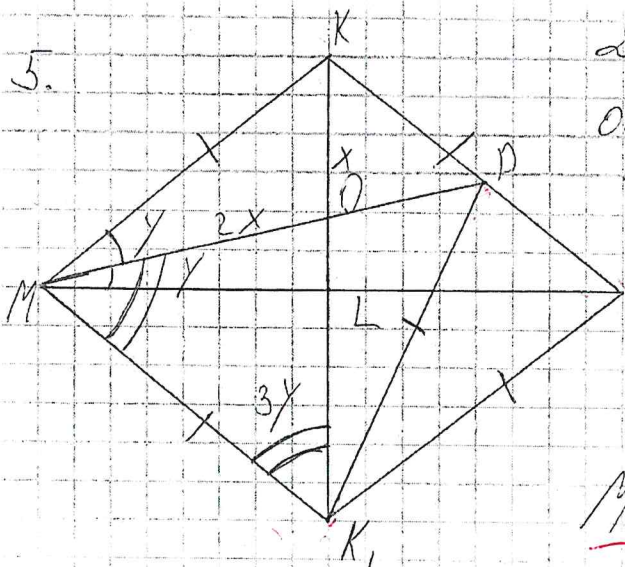
$$x k_1 + y k_2 = 102 x - 103 k_1 - 103 k_2 - 102 y$$

$$k_1 + k_2 = \frac{x - y}{3}$$

$$\Rightarrow \text{средний вес} = \frac{308x - 309k_1 - 309k_2 - 308y}{x - y}$$

$$= 308 - \frac{309k_1 + 309k_2}{x - y} = 308 - \frac{309(x - y)}{3(x - y)} = 203 \text{ грамма}$$

Ответ: 203 грамма.



Дополним треугольник до ромба
отразим его относительно MN.

Проведём K, P . Так как KP её (трапеция)
диагональ KK_1 и MP равны

трапеция равнобокая т.е. $MK = K_1P$, $\angle KMP = y \Rightarrow \angle MKK_1 = y$

$MO = K_1O$ т.к. трапеция $MKPK_1$ равнобокая

$\Rightarrow \angle MK_1O = 3y$. Так как $\angle LMK_1 = 2y$

и $\angle MLK_1 = 90^\circ$ $5y = 90^\circ \Rightarrow y = 18^\circ$

$$\Rightarrow \angle MKN = (90^\circ - (18 \cdot 2)^\circ) \cdot 2 = 108^\circ$$

Ответ: 108°