

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»


018307

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика											
2.	Вариант	I											
3.	Класс	8											
4.	Фамилия	А И Н С И Н О В А											
	Имя	В И К Т О Р И Я											
	Отчество	Н И К О Л А Е В Ы Ч А											
5.	Дата рождения	1	0		0	3		2	0	0	6		
		Число			Месяц			Год					
6.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Новосибирская область											
7.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город											
8.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Асино)	Карасук											
9.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МБОУ Технический лицей №76 Карасукского района Новосибирской области											

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись 

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
21	18.03.20	Тевтуридзе И.Ю.	<i>И.Ю.</i>

1
 $(x-|x|)^2 + x + |x| = 2020$
 $|x| = \begin{cases} y & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

7

$x \geq 0$
 $x^2 + 2x - x + x + x = 2020$
 $2x = 2020$
 $x = 1010$

$x < 0$
 $x^2 + 2x^2 + x^2 + x - x = 2020$
 $x^2 = 505$
 $x = \pm\sqrt{505}$
 $x < 0$
 $x = -\sqrt{505}$

Ответ: 1010; $-\sqrt{505}$

2
 $\begin{cases} a = 4q_1 + 3 \\ a = 3q_2 + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a = 4q_1 + 4 \\ 2a = 3q_2 + 3 \end{cases}$

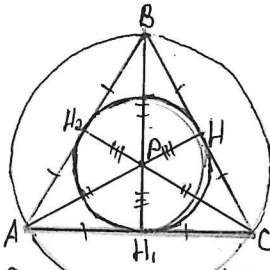
7

$\begin{cases} 2a = 4 \\ 2a = 3 \end{cases}$

$(xy + 12) : 4$ остаток 3
 $(xy + 12) : 3$ остаток 2

Подходящие числа: 11, 23, 35, 47, 59, 71, 83, 95

5



Допустим $\triangle ABC$ - равносторонний

Проведем высоты AH_1, BH_2, CH_3

В равностороннем \triangle высоты являются биссектрисами, медианами в $\triangle ABC$

Получаем $AH_2 = H_2B = BH_3 = H_3C = CH_1 = H_1A$ точка пересечения τP

Возьмем $AH_2 = a \Rightarrow AB = BC = AC = 2a$

Рассмотрим $\triangle H_2BP$ и $\triangle H_3CP$

т.к. $\angle PH_2P = \angle PH_3P = 90^\circ$

$\angle H_2BP = \angle H_3CP$ - т.к. биссектриса делит угол пополам
 $H_2B = H_3C = a$

$\Rightarrow \triangle H_2BP = \triangle H_3CP = \triangle PH_1A$

делаем вывод: $BP = CP = AP = b$ и $PH_1 = PH_2 = PH_3$

Впишем окружность с $R = HP \Rightarrow \tau P$ - центр окружности

Опишем окружность вокруг вершин $\triangle ABC$ с $R = AP = b \Rightarrow \tau P$ - центр описаной окружности

Доказываем условие

$AB^2 + PC^2 = BC^2 + AP^2 = AC^2 + BP^2$

$a^2 + b^2 = a^2 + b^2 = a^2 + b^2$

$1 = 1 = 1$ - равенство верное

Ответ: τP является точкой пересечения высот, медиан, также является центром вписанной и описаной окружности.

4

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab - bc + ca$$

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

$$b^2 + c^2 \geq -2bc$$

$$a^2 + c^2 \geq ca$$

$$2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab - bc + ca)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab - bc + ca$$

3

$$f(x) = x^2 + bx + c \quad 0 < a < b < c < d$$

$$g(x) = x^2 + ax + d$$

$$x_0^2 + bx_0 + c = x_0^2 + ax_0 + d$$

$$bx_0 + c = ax_0 + d$$

$$bx_0 - ax_0 = d - c$$

$$x_0(b - a) = d - c$$

$$\left. \begin{array}{l} b - a > 0 \\ d - c > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x_0 \geq 0$$

$$f(x) = x^2 + bx + c$$

$$x_m = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}b - \frac{b}{2a}$$

$$g(x) = x^2 + ax + d$$

$$m = -\frac{b}{2a} = -\frac{a}{2}$$

$$-\frac{b}{2} = -\frac{a}{2}$$

$$-\frac{b}{2} \leq -\frac{a}{2}$$

$$-b < -a$$

Параболы пересекаются в точке с отрицательным значением, условие $x > 0$ не выполняется, следовательно ветви не пересекаются

7