

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
14	20.03	Коржиков Е.Е.	И

Задача 1

$$3^{4046} - 3^{2023} \cdot 5^{1012} + 5^{2024}$$

$$3^{4046} - \text{нечетное число}$$

$$3^{2023} - \text{нечетное число}$$

$$5^{1012} - \text{нечетное число}$$

$$5^{2024} - \text{нечетное число}$$

$$3^{2023} \cdot 5^{1012} - \text{нечетное число}$$

$$\text{нечетное число} + \text{нечетное число} + \text{нечетное число} =$$

1	2	3	4	5	Σ
0	0	7	7	0	14

Задача 2

$$0 < a < \frac{1}{2} \quad 0 < b < \frac{1}{2}$$

$$b^2 - a^2 > b - a \Leftrightarrow (b-a)(b+a) - (b-a) > 0$$

$$(b-a)(b+a-1) > 0$$

$$\uparrow \quad \uparrow$$

$$0 \Rightarrow b-a < 0$$

$$b^3 - a^3 > b - a$$

$$(b-a)(b^2+ab+a^2) - (b-a) > 0$$

$$(b-a)(b^2+ab+a^2-1) > 0$$

$$\text{Предположим, что } b^2+ab+a^2-1 \geq 0$$

$$(a+b)^2 - ab - 1 \geq 0$$

$$(a+b)^2 \geq 1+ab$$

$$\text{Но } a+b < 1, \text{ значит } (a+b)^2 < 1$$

$$(a+b)^2 \geq 1+ab, \text{ т.к. } ab \geq 0 \text{ (и } a, b \geq 0) \quad \downarrow$$

$$\text{Значит } b^2+ab+a^2-1 < 0$$

$$\text{Тогда } (b-a)(b^2+ab+a^2-1) > 0 \quad \text{верно; ч.т.д.}$$

$$\text{значит } b^3 - a^3 > b - a$$

$$\text{верно}$$

$$\text{ч.т.д.}$$

Задача 2

$$t^4 - 2\sqrt{3}t^2 + t + 13 - \sqrt{3} = 0$$

решим как квадратное уравн. t^2

$$D = 52 - 52 + 4\sqrt{3} - 4t = 4\sqrt{3} - 4t$$

$$t^2 = \frac{1}{2} \sqrt{4\sqrt{3} - 4t} + 2\sqrt{3}$$

$$t^2 = \frac{\sqrt{4\sqrt{3} - 4t}}{2} + 2\sqrt{3}$$

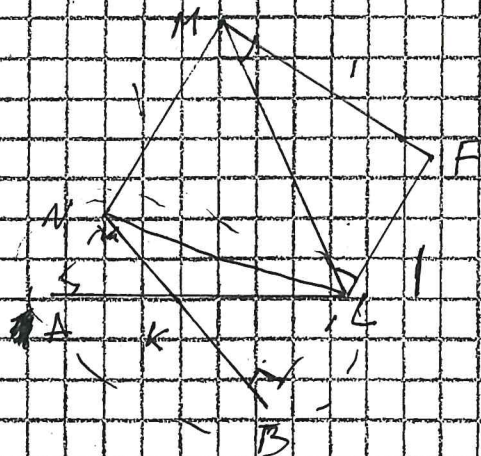
Задача 1.

$$3^{4040} - 3^{2023} \cdot 5^{1012} + 5^{2044} = (3^{2023} - 5^{1012})^2 + 3^{2023} \cdot 5^{1012}$$

$$\frac{3^{8069} + 5^{2026}}{3^{2023} + 5^{1012}} = 2 \Rightarrow \text{одно слагаемое}$$

Число явл. составленным
т.к. оно явл. суммой и произведе-
нием и квадрата числа

Задача 5



ПРОБЛЕМА

$AK \perp MA$, $KB \perp FL$

$\triangle AMK \sim \triangle KBL$ по двум углам

$\angle FML = \angle FLM$ по т.к. $\triangle MFL$ - равнобе-

двенноугольный, и $ML \perp KL$

Вопрос: $\angle ABL$ можно считать прямым?
т.к. $\angle MAL = \angle KBL = 90^\circ$

Задача 3.

Пусть в первом снаряде массой m_1 есть x_1 массы взрывчатого вещества, во втором снаряде массой m_2 есть x_2 массы взрывчатого вещества, а третий снаряд имеет массу m_3 .

Тогда по условию $\frac{x_1 + x_2}{m_1 + m_2} = 0,3$; $\frac{x_1}{m_1 + m_2} = 0,2 = \frac{x_2}{m_2 + m_3}$

Из первого: $x_1 + x_2 = 0,3(m_1 + m_2)$ Из второго:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0,2(m_1 + m_2) \\ x_2 &= 0,2(m_2 + m_3) \\ x_1 + x_2 &= 0,2(m_1 + m_2 + m_2 + m_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,3(m_1 + m_2) &= 0,2(m_1 + m_2 + m_2 + m_3) \\ 3m_1 + 3m_2 &= 2m_1 + 2m_2 + 2m_3 \\ m_1 + m_2 &= 2m_3 \end{aligned}$$

Требуется найти $\frac{x_1 + x_2}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{0,3(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2 + m_1 + m_2} =$

$$= \frac{0,3(m_1 + m_2)}{2(m_1 + m_2)} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8} = 0,375$$

Ответ 24%.

Задача 2.

$$t^4 - 2\sqrt{13}t^2 + t + 13 - \sqrt{13} = 0$$

$$t^2 - \sqrt{13} + t - \sqrt{13} = 0 \quad \text{Рассмотрим } y = (t^2 - \sqrt{13})^2 + t - \sqrt{13}$$

$$\begin{aligned} (t^2 - \sqrt{13})^2 &= a, \quad a \geq 0 \\ t - \sqrt{13} &= b, \quad b \leq \sqrt{13} \end{aligned}$$

$$a + b = 0 \Rightarrow b = -a$$

$$t^2 - \sqrt{13} = a$$

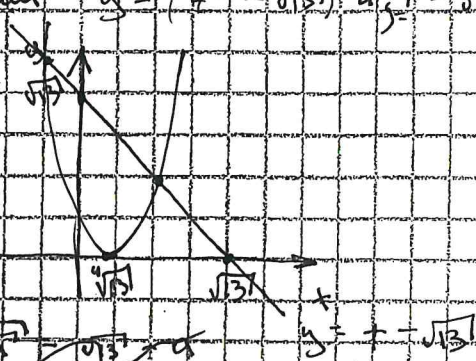
$$t = \sqrt{\sqrt{13} + a}$$

$$\sqrt{\sqrt{13} + a} - \sqrt{13} = 0$$

$$\sqrt{\sqrt{13} + a} = \sqrt{13} \Rightarrow \sqrt{13} + a = 13 \Rightarrow a = 13 - \sqrt{13}$$

$$\sqrt{13} + \sqrt{a} = 13 - 2\sqrt{13} + a$$

Значит уравнение имеет два действительных корня



Корень 1?

Низкорее