Место для скобы

Шифр 09285

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
8Б			[signature]

№ 1

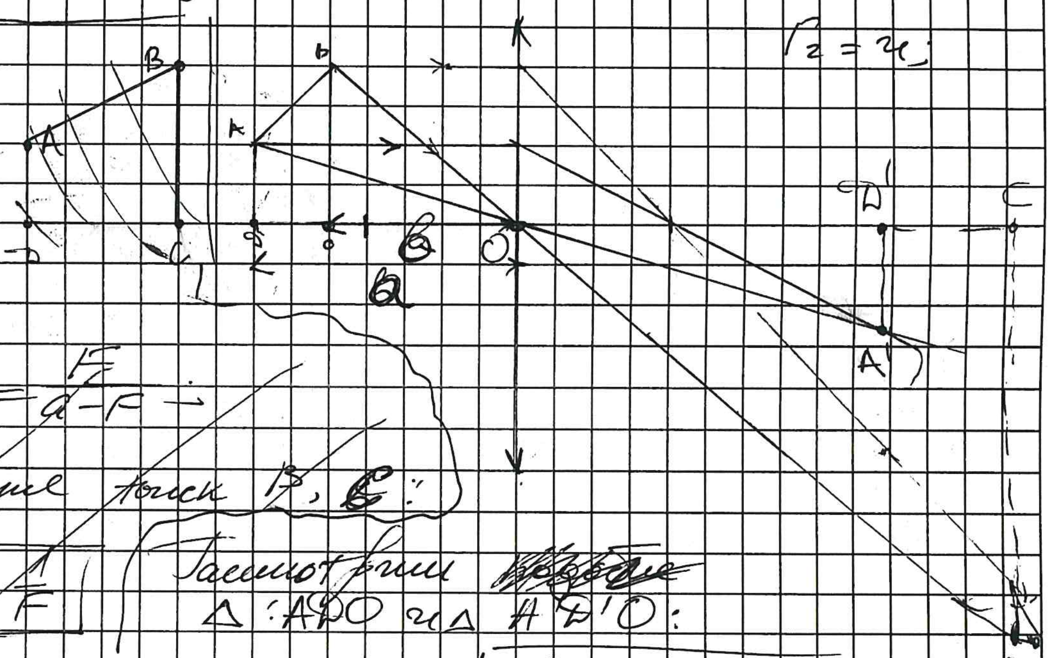
Запишем ф-лу тонкой линзы. Для точки D и A. Дано: $\Gamma_1 = 1{,}2$

$\Gamma_2 = 4;$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{F}$$

$$\boxed{\Gamma_1 = \frac{a'}{a}}$$

$$\boxed{a' = \frac{a F}{a - F}}$$



$$\Gamma_1 = \frac{aF}{(a-F)a} = \frac{F}{a-F}$$

Аналогично для точек B, C:

$$\boxed{\frac{1}{a-CD} + \frac{1}{a_1'} = \frac{1}{F}}$$

Рассмотрим ~~подобие~~ ΔADO и $\Delta A'D'O$:

$$\boxed{\frac{AD}{A'D'} = \frac{OD}{OD'}} \Leftrightarrow \Gamma_1 = \frac{OD'}{OD};$$

$$\Gamma_1 = \frac{A'D'}{AD}; \quad \Gamma_2 = \frac{B'C'}{BC}$$

$$S_{ABCD} = \frac{(AD + BC)}{2} \cdot CD \Leftrightarrow S_{ABCD} = \frac{3AD}{2} \cdot CD;$$

Аналогично: из подобия ΔCBO и $\Delta C'B'O$,

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{CO}{C'O} \Leftrightarrow \boxed{\Gamma_2 = \frac{C'O}{CO}}; \quad \boxed{CD = DO - CO}$$

$$C'D' = C'O - D'O;$$

$$S_{A'B'C'D'} = \frac{(A'D' + B'C')}{2} \cdot C'D' = \frac{(\Gamma_1 AD + \Gamma_2 BC)}{2} \cdot (\Gamma_2 CO - \Gamma_1 DO)$$

$$\begin{cases} \Gamma_1 = \dfrac{F}{a-F} \\ \Gamma_2 = \dfrac{F}{b-F} \end{cases}$$

~~$b - a = CD$~~

$a - b = CD$

из формулы тонкой линзы.

$$a = \frac{(\Gamma_1 + 1)F}{\Gamma_1}; \quad b = \frac{(\Gamma_2 + 1)F}{\Gamma_2}$$

$\cancel{CD = \ldots \frac{r_1+1}{r_1} - r_2+1}$ $\boxed{CD=\left(\frac{r_1+1}{r_1}-\frac{r_2+1}{r_2}\right)F}$

$C'D' = \frac{r_2\cdot(r_2+1)F}{r_2} - \frac{(r_1+1)}{r_1}\cdot r_1 F$

$C'D' = r_2 F + \cancel{F} - r_1 F - \cancel{F} = (r_2 - r_1)F$

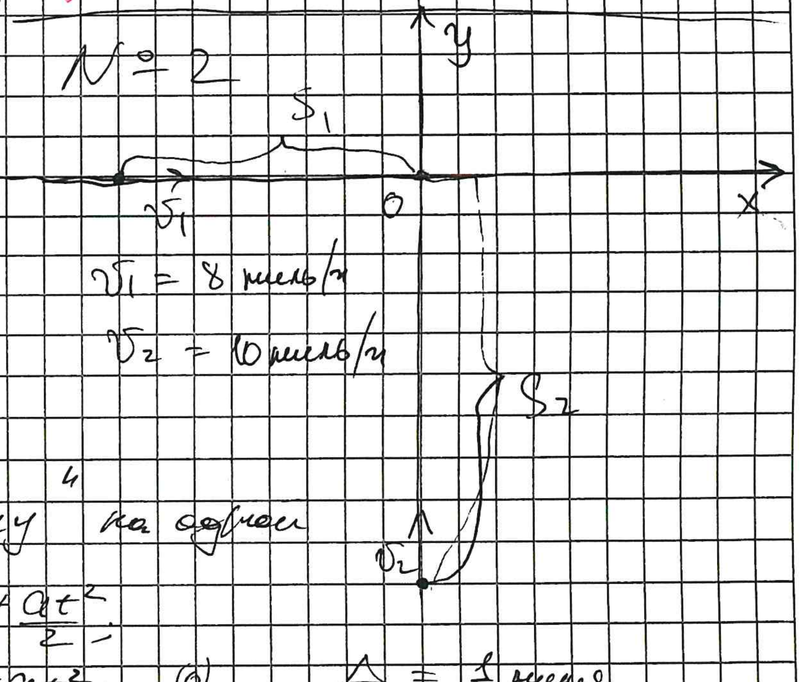
$S_{ABCD} = \frac{3AD}{2}F\cdot\left(\frac{r_1+1}{r_1}-\frac{r_2+1}{r_2}\right)$

$S_{A'B'C'D'} = \frac{(r_1+2\cdot r_2)AD}{2}\cdot(r_2-r_1)F$

$$\boxed{\alpha = \frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{(r_1+2r_2)}{2}\cdot(r_2-r_1)\cdot 2}{3\left(\frac{r_1+1}{r_1}-\frac{r_2+1}{r_2}\right)} = \frac{(r_1+2r_2)(r_2-r_1)}{3\left(\frac{r_1+1}{r_1}-\frac{r_2+1}{r_2}\right)}}$$

Ответ: $\alpha = 14,72$ 20

№ 2



$+x_2^{(0)}+v_2t+\frac{at^2}{2} > 0 \; (= S_2)$

$+x_1^{(0)}+v_1t+\frac{at^2}{2} < 0 \; (= S_1)$

$x_1 = v_1t+\frac{at^2}{2}-x_1^{(0)}$

$x_2 = v_2t+\frac{at^2}{2}-x_2^{(0)}$

Рассмотрим (1-ю) встречу на одной прямой!

$x_2 = 0$; $x_2^{(0)} = v_2t+\frac{at^2}{2}$

$x_1 = v_1(t)+\frac{at^2}{2}+x_1^{(0)}$ $\Delta = 1$ миля

$\boxed{0-x_1 \geq \Delta}$

$-x_1^{(0)}-\Delta \geq v_1(t)+\frac{at^2}{2}$

$-x_2^{(0)} = v_2(t)+\frac{at^2}{2}$

$-x_1^{(0)}-\Delta \geq v_1(t)+x_2^{(0)}-v_2t$

$(v_2-v_1)t \geq -x_2^{(0)}+\Delta+x_1^{(0)}$

$t \geq \frac{-x_2^{(0)}+\Delta+x_1^{(0)}}{(v_2-v_1)}\left(=\frac{3}{2}\text{ ч}\right)$

Место для скобы

Шифр 09285

$$\frac{at^2}{2}+v_1 t+x_2^{(0)}=0$$

$$\boxed{D=v_2^2-4x_2^{(0)}\cdot\frac{a}{2}}$$

$$t=\frac{\left(-v_2+\sqrt{v_2^2-2x_2^{(0)}\cdot a}\right)\cdot \cancel{2}}{\cancel{2}a}=\frac{-v_2+\sqrt{v_2^2-x_2^{(0)}\cdot a}}{a}=$$

$$\frac{-v_2+\sqrt{v_2^2-2x_2^{(0)}\cdot a}}{a}\geq\frac{-x_2^{(0)}+\Delta+x_1^{(0)}}{(v_2-v_1)}=3/2\,[ч]$$

$\cancel{v_2^2 + at_0}$

$$t_0=3/2\,[ч]$$

$$\frac{-v_2+\sqrt{v_2^2-2x_2^{(0)}\cdot a}-at_0}{a}\geq 0$$

$a<0$, т.к. $\boxed{t_0\geq 3/2>1}$

$$-v_2+\sqrt{v_2^2-2x_2^{(0)}\cdot a}-at_0\leq 0$$

$$\sqrt{v_2^2-2x_2^{0}\cdot a}-v_2\leq at_0$$

$$-at_0\leq v_2-\sqrt{v_2^2-2x_2^0\cdot a}$$

$$a^2t_0^2+2at_0v_2+\cancel{v_2^2}\geq\cancel{v_2^2}-2x_2^{(0)}a$$

$$a^2t_0^2+2a\left(v_2t_0+x_2^0\right)\leq 0 \qquad (a<0)$$

$$\cancel{a\,2}\ \cancel{2}\left(v_2t_0+x_2^{(0)}\right)$$

$$a\left(at_0^2+2\left(v_2t_0+x_2^{(0)}\right)\right)\geq 0$$

+ − + −, $-\frac{(v_2t_0+x_2^{(0)})}{t_0^2}$, 0, a

$$\boxed{a=-\frac{2\left(v_2t_0+x_2^{(0)}\right)}{t_0^2}=-\frac{40}{9}\ км/ч^2}$$

По условию минимальное постоянное ускорение

$$\boxed{a_1=-\frac{40}{9}\ км/ч^2}$$

; Аналогично рассмотрим встречу по оси ~~Oy~~: $x_1=0$; $(y_1=0)$

$-x_1=v_1t+\frac{at^2}{2}$

~~у~~

$$x_2-0\geq\Delta$$

$$x_2-x_2^{(0)}=v_1t+\frac{at^2}{2};$$

Место для скобы

Шифр 09285

$$\boxed{v_2 t + \frac{at^2}{2} \geq \Delta - x_2^{(0)}}$$

$$-x_1^{(0)} - v_1 t + v_2 t \geq \Delta - x_2^{(0)}$$

$$t \geq \frac{\Delta - x_2^{(0)} + x_1^{(0)}}{(v_2 - v_1)}$$, можно заметить, что ~~время~~ такие больше t_0

$$\frac{at^2}{2} + v_1 t + x_1^{(0)} = 0 \qquad t_0 = 3/2$$

$$D = v_1^2 - 2x_1^{(0)} \cdot a ; \quad \boxed{t = \frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 - 2x_1^{(0)} \cdot a}}{a}}$$

$$\frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 - 2x_1^{(0)} \cdot a}}{a} \geq t_0$$

$$\frac{-v_1 + \sqrt{v_1^2 - 2x_1^{(0)} \cdot a} - at_0}{a} \geq 0 ; \quad -v_1 + \sqrt{v_1^2 - 2x_1^{0} \cdot a} - at_0 \leq 0$$

$$\cancel{v_1^2} - 2x_1^{(0)} \cdot a \leq a^2 t_0^2 + \cancel{v_1^2} + 2at_0 v_1$$

$$0 \leq a\left(a t_0^2 + 2\left(v_1 t_0 + x_1^{(0)}\right)\right)$$

$$-\frac{2(v_1 t_0 + x_1^{(0)})}{t_0^2} \quad (a < 0)$$

$$a = -\frac{2 \cdot (v_1 t_0 + x_1^{(0)})}{t_0^2} = -\frac{32}{9}$$

т.к. мы ищем минимальное, то

$$\text{Ответ: } a_1 = -\frac{2(v_2 t_0 + x_2^{(0)})(v_2 - v_1)^2}{(\Delta + x_1^{(0)} - x_2^{(0)})^2} = -\frac{40}{9} =$$

$$= -4,44 \text{ м/с}^2$$

15 б

№ 3

$T_1^{(0)} = 10°C$; $C_{Al} = 900 \frac{Дж}{кг \cdot C°}$

$T_2^{(0)} - ?$ $C_{H_2O} = 4200 \frac{Дж}{кг \cdot C°}$

$\Delta T = 5°C$;

$m_Г = 4кг$;

$m_x = 3кг$

$m_{Al} = 1кг$

Ур-е Теплового баланса:

$$C_{H_2O} m_x \cdot (T_1 - T_1^{(0)}) + C_{Al} \cdot m_{Al} (T_1 - T_2^{(0)}) = 0$$

$$T_1 = \frac{C_{Al} m_{Al} t_2^{(0)} + C_{H_2O} m_x \cdot T_1^{(0)}}{(C_{H_2O} m_x + C_{Al} m_{Al})}$$

Место для скобы

Шифр

$$c_{H_2O} m_Г \cdot \left(T_2 - T_2^{(0)}\right) + c_{Al} m_{Al} \cdot \left(T_2 - T_1\right) = 0$$

$$T_2 = \frac{c_{Al} m_{Al} \cdot T_1 + c_{H_2O} m_Г \cdot T_2^{(0)}}{\left(c_{H_2O} m_Г + c_{Al} m_{Al}\right)} = \frac{(c_{Al} m_{Al})^2 T_2^{(0)} + c_{Al} m_{Al} \cdot c_{H_2O} m_x T_1^{(0)} + c_{H_2O}^2 m_Г m_x T_2^{(0)} + c_{H_2O} m_Г \cdot c_{Al} \cdot m_{Al} T_2^{(0)}}{\left(c_{H_2O} m_Г + c_{Al} \cdot m_{Al}\right)\left(c_{H_2O} m_x + c_{Al} \cdot m_{Al}\right)};$$

$$\cancel{T_1' = \frac{c_{Al} m_{Al} \cdot \left((c_{Al} m_{Al})^2 T_2^{(0)} + c_{Al} m_{Al} \cdot c_{H_2O} m_x T_1^{(0)} + c_{H_2O}^2 m_Г m_x \cdot T_2^{(0)} + c_{H_2O} m_Г \cdot c_{Al} \cdot m_{Al} T_2^{(0)}\right)}{\left(c_{H_2O} m_Г + c_{Al} m_{Al}\right)\left(c_{H_2O} m_x + c_{Al} \cdot m_{Al}\right)}}$$

$$\cancel{T_1 = \frac{900 T_2^{(0)} + 4200 \cdot 3 \cdot T_1^{(0)}}{(4200 \cdot 3 + 900)} = \frac{900 T_2^{(0)} + 12600 T_1^{(0)}}{13500}}$$

$$\cancel{T_2 = \frac{900^2 T_2^{(0)} + 900 \cdot 4200 \cdot 3 \cdot T_1^{(0)} + 4200^2 \cdot 12 T_2^{(0)} + 4200 \cdot 900 \cdot 4 \cdot T_2^{(0)}}{(4200 \cdot 4 + 900)(4200 \cdot 3 + 900)}}$$

$\cancel{900^2 = 810000 \vee 11340000 \vee 2\,1168000}$ ~~, видно, что с хорошей точностью можно пренебречь этим слагаемым~~

~~8004~~

$$\Delta T^{(0)} = T_2 - T_1 = \frac{(c_{Al} m_{Al})^2 T_2^{(0)} + c_{Al} m_{Al} c_{H_2O} m_x T_1^{(0)} + c_{H_2O}^2 m_Г \cdot m_x \cdot T_2^{(0)} + c_{H_2O} \cdot m_Г \cdot c_{Al} m_{Al} T_2^{(0)} - c_{Al} m_{Al} c_{H_2O} m_Г \cdot T_2^{(0)} - (c_{Al} m_{Al})^2 T_2^{(0)} - c_{H_2O}^2 m_x m_Г T_1^{(0)} - c_{Al} m_{Al} c_{H_2O} m_x \cdot T_1^{(0)}}{\left(c_{H_2O} m_Г + c_{Al} m_{Al}\right)\left(c_{H_2O} m_x + c_{Al} \cdot m_{Al}\right)};$$

$$\Delta T^{(0)} = \frac{c_{H_2O}^2 m_Г \cdot m_x \left(T_2^{(0)} - T_1^{(0)}\right)}{\left(c_{H_2O} m_Г + c_{Al} m_{Al}\right)\left(c_{H_2O} m_x + c_{Al} m_{Al}\right)}$$

$$\Delta T = \frac{4200^2 \cdot 12 \left(T_2^{(0)} - T_1^{(0)}\right)}{(4200 \cdot 3 + 900)(4200 \cdot 4 + 900)} = k\left(T_2^{(0)} - T_1^{(0)}\right), \text{ где } k = \frac{784}{885}.$$

Место для скобы

Шифр

Разумно предположить, что в ходе каждого цикла разность температур будет уменьшаться в одно и то же число раз. $\Rightarrow$ $\boxed{\frac{\Delta T}{n^{20}} = T_2^{(0)} - T_1^{(0)}}$

$\frac{\Delta T (C_{ниоб} m_{г} + C_{никель} m_{х})^{20} \cdot (C_{ниоб} m_х + C_{не} m_{не})^{20}}{(C_{ниоб}^2 m_г m_х)^{20}} + T_1^{(0)} = T_2^{(0)} \Rightarrow$

Ответ: $T_2^{(0)} = 66,4\ ^\circ C$

2,5

№ 4

ρ – удельное сопр. на ед. длины проводника

В соединении на рис. все участки параллельны друг другу

$R_{AB} = \frac{\cancel{4/3 \pi r \rho} \left(\frac{2}{3\pi r \rho}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{3\pi r \rho}\right)^2}{\left(\frac{2}{3\pi r \rho}\right)^2 \cdot \frac{4}{3\pi r \rho} \cdot 2 + 2 \cdot \frac{2}{3\pi r \rho} \cdot \left(\frac{4}{3\pi r \rho}\right)^2}$

$\boxed{R_{окр} = 2\pi r \rho}$

~~$\frac{R_{AB}}{R_{окр}} = \pi r \rho \cdot \frac{2^2 \cdot 4^2}{3^4}$~~

т.к. площадь поперечного сечения, толщина и радиусы одинаковые, можно считать, что меньшая часть вертикального кольца тоже х.

$R_{AB} = \frac{4^3 \cdot \pi r \rho}{2 \cdot 3^4 \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2 \frac{4}{3} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2\right)}$

$R_{AB} = \frac{4^3 \pi r \rho}{2 \cdot 3 (2^2 \cdot 4 + 2 \cdot 4^2)} = \frac{64 \pi r \rho}{6(16 + 32)} = \frac{4 \pi r \rho}{6 \cdot 3} = \frac{4}{18} \pi r \rho$

$\boxed{\alpha = \frac{4\pi r \rho}{18 \cdot 2\pi r \rho} = \frac{1}{9}}$

$\boxed{\text{Ответ: } \alpha = \frac{1}{9}}$

1,5

Место для скобы

Шифр

т.к. $H \ll S$, размеры в 10 раз более чем достаточно можно считать, что вблизи пластин, т.е. внутри коробки, пластины создают однородное электрическое поле.

№ 5 $\Delta V = 25$ см^3

(По запаске) диэлектрика

Запишем разность потенциалов в 1-м случае

~~$U = E_0 d + \frac{E}{\varepsilon}(x_0 + \Delta x) + E(H - d - x_0 - \Delta x)$~~

пластины — эквипотенциальные поверхности => поле в диэлектрике в ε раз меньше чем в вакууме.

$$U = E d + \frac{E}{\varepsilon}\left(x_0 + \frac{\Delta V}{L^2}\right) + E\left(H - d - x_0 - \frac{\Delta V}{L^2}\right)$$

$$\boxed{\frac{E}{\varepsilon} = E_{np}}$$

$E_{np} = 20 \frac{кВ}{см}$

~~$U = E(H - x_0)$~~

$$\boxed{E x_0 \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\right) = E\left(H - \frac{\Delta V}{L^2}\right) - U}$$

$$\boxed{x_0 = \frac{E\varepsilon}{\varepsilon(\varepsilon - 1)}\left(H - \frac{\Delta V}{L^2}\right) \cdot \frac{1}{E} - \frac{U \cdot \varepsilon}{E(\varepsilon - 1)}}$$

$$x_0 = \frac{\varepsilon}{(\varepsilon - 1)}\left(H - \frac{\Delta V}{L^2}\right) - \frac{U}{E_{np}(\varepsilon - 1)}$$

$$x_0 = \frac{4}{3} \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) - \frac{100}{200 \cdot 3} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33 \text{ см} = 3{,}3 \text{ мм}$$

Ответ. $\boxed{x_0 = 3{,}3 \text{ мм}}$