

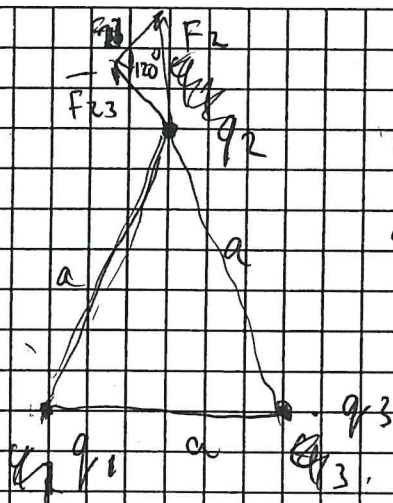
Шифр

920743

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|------------|------|--------------------|---------------------|
| 85         |      |                    | <i>Кисил</i>        |

№ 4



Пусть стороны треугольника равны  $a$ , тогда;

$$\frac{kq_1}{a} = q_1 \Rightarrow q_1 = \frac{a q_1}{k}$$

$$\frac{kq_2}{a} = q_2 \Rightarrow q_2 = \frac{a q_2}{k}$$

$$\frac{kq_3}{a} = q_3 \Rightarrow q_3 = \frac{a q_3}{k}$$

$$\begin{aligned}
 F_2 &= F_{23} + F_{12} = \sqrt{F_{12}^2 + F_{23}^2 - 2 \cos(120^\circ) F_{12} \cdot F_{23}} = \\
 &= \sqrt{\left(\frac{kq_1 \cdot q_2}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{kq_2 \cdot q_3}{a^2}\right)^2 + \frac{k^2 \cdot q_1^2 \cdot q_2 \cdot q_3}{a^4}} = \\
 &= \sqrt{\frac{k^2 q_1^2 q_2^2}{a^4 k} + \frac{k^2 q_2^2 q_3^2}{a^4 k} + \frac{k^2 \cdot \frac{a^2 q_1^2}{k} \cdot \frac{a^2 q_2^2}{k}}{a^4}} = \\
 &= \sqrt{\frac{q_1^2 \cdot q_2^2}{k} + \frac{q_2^2 \cdot q_3^2}{k} + \frac{k^2 \cdot \frac{a^4 q_1^2 q_2^2}{k^2}}{a^4}} = \\
 &= \sqrt{\frac{q_1^2 \cdot q_2^2}{k} + \frac{q_2^2 \cdot q_3^2}{k} + \frac{q_2^2 \cdot q_1 \cdot q_3}{k^2}} = \\
 &= \frac{q_2}{k} \sqrt{q_1^2 + q_3^2 + q_1 \cdot q_3}. \quad \text{Ответ: } \frac{q_2}{k} \sqrt{q_1^2 + q_3^2 + q_1 \cdot q_3}.
 \end{aligned}$$

## Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|------------|------|--------------------|---------------------|
|            |      |                    |                     |

Ответ:  $\frac{u_2}{k} \sqrt{u_1^2 + u_3^2 + u_1 u_3} = F_2$

н5)  $\Delta m g = \Delta F_A$

$\Delta F_A = \Delta \rho \cdot V g$

$\Delta m = \Delta \rho V$ , т.к. объем пара не изменяется.

Давление

$pV = \nu RT$ ;  $pV = \frac{m}{M} \cdot RT$ ;  $p = \frac{p_{\text{нас}}}{RT}$

Пусть плотность воздуха пара в водяното пара в области с повышенным давлением равно  $p_{\text{нас}}$ , где  $\varphi$  — относительная влажность воздуха в области с повышенной влажностью.

$\Delta p = (p_{\text{атм}} + \varphi p_{\text{нас}}) - (p_{\text{атм}} + 0,1 p_{\text{нас}}) = (\varphi - 0,1) \cdot p_{\text{нас}}$

$\Delta m = (\varphi - 0,1) p_{\text{нас}} \cdot V$

$\varphi = \frac{\Delta m}{p_{\text{нас}} \cdot V} + 0,1 = \frac{100 \text{ кг}}{9000 \text{ Па} \cdot 5000 \text{ м}^3} + 0,1$

$p_{\text{нас}} = \frac{p_{\text{нас}} \cdot M}{RT}$

$\Delta m = (\varphi - 0,1) \cdot \frac{p_{\text{нас}} \cdot M}{RT} \cdot V$

$\varphi = 0,1 + \frac{\Delta m RT}{p_{\text{нас}} M V} = 0,1 + \frac{100 \text{ кг} \cdot 8,31 \cdot (43 + 273) \text{ К}}{9000 \text{ Па} \cdot 0,018 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 5000 \text{ м}^3} =$

$\approx 0,124 \approx 0,12$

Ответ: 12%

125

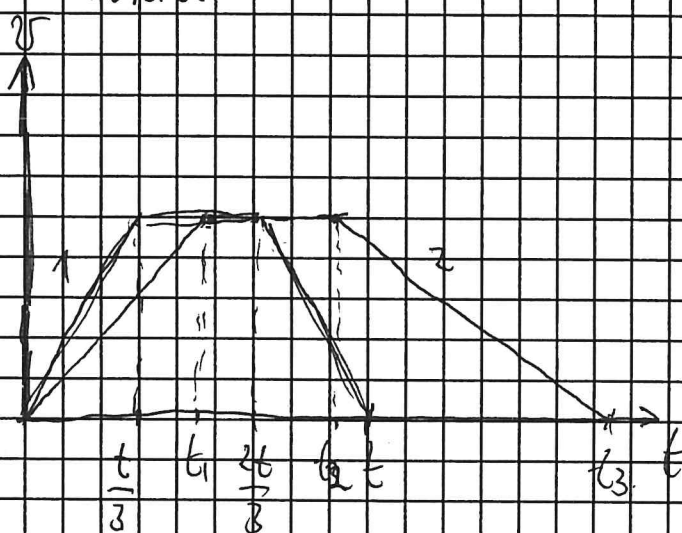


Шифр

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|------------|------|--------------------|---------------------|
|            |      |                    |                     |

№1) Построим график движения Бориса и тигра



$$\frac{x(t_1)}{2} = 8 \quad (\text{т.к. } t_1)$$

$$2t_2 = \sqrt{3}t_1$$

График 1 соответствует движению Бориса; график 2 соответствует движению тигра.

$$V(t_2 - t_1) = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{8}{3}$$

$$V\left(\frac{2t}{3} - \frac{t}{3}\right) = 5 = \frac{2t}{3} \cdot V \Rightarrow \frac{Vt}{3} = \frac{8}{2}$$

$$V(t_2 - t_1) = \frac{8}{3} = \frac{2\sqrt{3}t}{3}$$

$$\frac{Vt_1}{2} = \frac{8}{3}, \quad V(t_2 - t_1) = \frac{8}{3}, \quad \frac{3}{2}t_1 = t_2 \Rightarrow t_2 = t_2 - t_1 = \frac{2t}{3}$$

$$t_2 = t_1 + \frac{2t}{3} = \frac{5t}{3}, \quad t_3 = t_1 + t_2 = \frac{4t}{3}$$

Шифр

## Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|------------|------|--------------------|---------------------|
|            |      |                    |                     |

Получается, что <sup>Борис</sup> Детья прошел путь  $S$  за время  $t$ .  
 Тогда <sup>Вася</sup> прошел этот же путь за время  $\frac{4t}{3}$ .  
 ~~$\Delta t = \frac{4t}{3} - t = \frac{t}{3}$~~

Борис пришел к финишу первым.

$$\Delta t = \frac{4t}{3} - t = \frac{t}{3} \Rightarrow t = 3 \Delta t.$$

$$S = \frac{2t}{3} \cdot v = 2 \Delta t \cdot V \Rightarrow V = \frac{S}{2 \Delta t}.$$

Ответ: Борис пришел к финишу первым.

Максимальная скорость равна  $\frac{S}{2 \Delta t}$ .

$$v_2) S = V \cdot \cos \alpha \cdot t = V \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2V \cdot \sin \alpha}{g} = \frac{V^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}.$$

$$т.к. V_1 = V_2 = V; S_1 = S_2 = S.$$

то пусть 1 человек бросает шарик под углом  $\alpha$ ; 2 человек бросает шарик под углом  $\beta$ ; то  $\sin 2\beta = \sin 2\alpha \Rightarrow \sin 2\alpha + 2\beta = 180 \Rightarrow \alpha + \beta = 90$ .



Перейдем в СО движущуюся с ускорением  $\vec{g}$ .  
 В этой СО шарик движется равномерно и

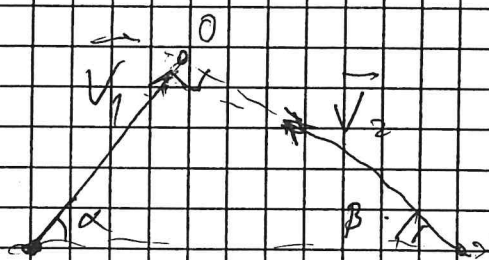
Шифр

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|------------|------|--------------------|---------------------|
|            |      |                    |                     |

прямой линией.

Рассмотрим их движение.

Перейдем в СО связанную с первым шариком.  
и рассмотрим

$$V_{\text{ср}} = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$$



$$\frac{l}{S} = \sin(45^\circ - \beta)$$

$$\frac{1}{S} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos \beta - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin \beta$$

$$\frac{2l^2}{S^2} =$$

Пусть точка пересечения их траекторий — O.

$$(S \cdot \sin \beta - Vt)^2 + (S \cdot \sin \alpha - Vt)^2 = l^2$$

$$S^2 - 2SVt(\sin \alpha + \sin \beta) + 2V^2t^2 = l^2 \quad - \text{мин}$$

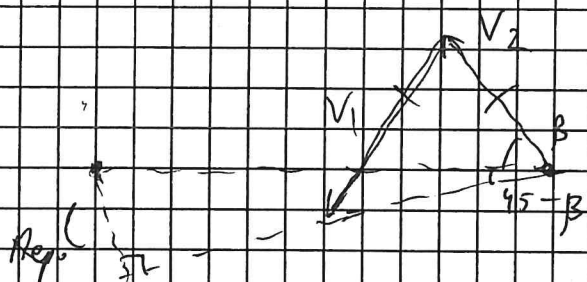
$$t = \frac{2SV(\sin \alpha + \sin \beta)}{2V^2} = \frac{S(\sin \alpha + \sin \beta)}{2V}$$

$$S^2 - 2S \cdot \frac{S}{2V} \cdot (\sin \alpha + \sin \beta) + 2V \cdot \frac{S^2(1 + \sin 2\alpha)}{2V^2} = l^2$$

Шифр

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|------------|------|--------------------|---------------------|
|            |      |                    |                     |



Перелом в 10 связано с первым шариком

2.3 рисунка

$$\sin(45 - \beta) \cdot s = 1.$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \beta - \sin \beta) = \frac{1}{s}.$$

$$(1 - 2 \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta) = \frac{2}{s^2}.$$

$$\sin 2\beta = 1 - \frac{2}{s^2}.$$

$$s = \frac{V^2 \cdot \sin 2\beta}{g} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{g s}{(1 - \frac{2}{s^2})}} = \sqrt{\frac{g s^3}{(s^2 - 2)}}.$$

$$\text{откуда } V = \sqrt{\frac{g s^3}{(s^2 - 2)}}.$$

1.4) 1.3) На участках 1-2 и 3-4. Первого

графика  $\frac{V}{f} = \text{const} \Rightarrow P = \text{const}$



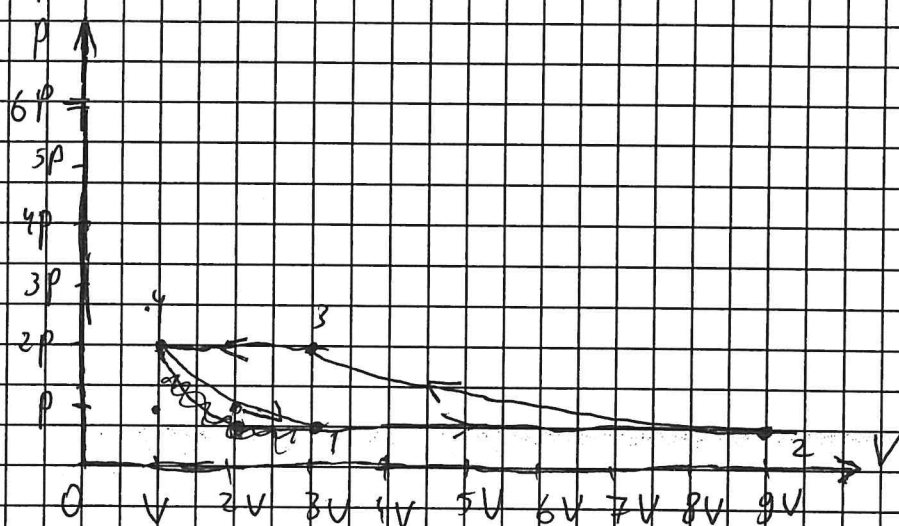
Шифр

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|------------|------|--------------------|---------------------|
|            |      |                    |                     |

на  
~~перерасчет~~

Нарисуем график в осях  $p-V$



$$A_{4-1} = 2pV \cdot \ln\left(\frac{3V}{V}\right) = 2pV \ln(3)$$

$$A_{1-2} = 4pV$$

$$A_{2-3} = -6pV \ln\left(\frac{9V}{3V}\right) = -6pV \ln(3)$$

$$A_{3-4} = -2p(3V - V) = -4pV$$

$$Q_{4-1} = A_{4-1} = 2pV \ln(3)$$

$$Q_{1-2} = \frac{5}{2} A_{1-2} = 10pV$$

$$Q_{2-3} < 0; \quad Q_{3-4} < 0$$

$$\eta = \frac{A_{4-1} + A_{1-2} + A_{2-3} + A_{3-4}}{Q_{4-1} + Q_{1-2}} = \frac{-4pV \ln(3)}{2pV \ln(3) + 10pV} = \frac{-4 \ln(3)}{10 + 2 \ln(3)} = \frac{-2 \ln(3)}{5 + \ln(3)} \approx 0.36, \quad \eta = 36\%$$

Шифр

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|------------|------|--------------------|---------------------|
|            |      |                    |                     |

Ответ:  $\eta = 36\%$

Решение



| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
|            |      |             |         |
| Шифр       |      |             |         |

N2)

$$S = V \cdot \cos \alpha \cdot t = \frac{2V \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{g} = \frac{V^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

$$V \cdot \sin \alpha - g t = -V \cdot \sin \alpha$$

$$t = \frac{2V \cdot \sin \alpha}{g}$$

Так углы под которыми монстера

Пусть угол бросания первого  $\alpha$ ; а второго  $\beta$

тогда

$$S = \frac{V^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}, \quad S = \frac{V^2 \cdot \sin 2\beta}{g}$$

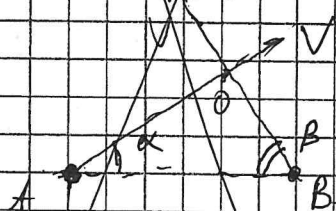
$$\sin 2\alpha = \sin 2\beta$$

$$2\alpha + 2\beta = 180$$

$$\alpha + \beta = 90.$$

Перейдем в со движущуюся с ускорением

(g) вниз.



В той системе отсчета шарик движется  
прямолинейно с одинаковыми скоростями равными  
 $V$  Когда расстояние между шариками минимально,  
то их относительная скорость равна 0.

Рассмотрим этот случай:

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. Жюри | Подпись |
|------------|------|-------------|---------|
|            |      |             |         |
| Шифр _____ |      |             |         |

$$S = \frac{V^2(s^2 - 2l^2)}{s^2 g}$$

$$V = \sqrt{\frac{s^3 g}{(s^2 - 2l^2)}}$$

ответ:  $V = \sqrt{\frac{s^3 g}{(s^2 - 2l^2)}}$

VB)  $pV = \Delta R T$

$$\frac{V}{T} = \frac{\Delta R}{p}; \text{ так } \frac{V}{T} = \text{const} \Rightarrow p = \text{const}$$

Потому на участках 1-2 и 2-3 давление постоянно. Построим график  $p-V$

