

$$\begin{array}{r|rrrrr|l} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \Sigma \\ \hline 4 & 3 & 1 & 5 & - & 13 \end{array}$$

2. Если это пятизначное число, то какое минимальное значение, которое мы можем быть для a , b и c :

$$1 \geq 1$$

$$2 \geq 2$$

$$4 \geq 3$$

$$\text{У нас получается: } 1^2 + 2^2 + 4^2 \geq 21$$

$$21 \geq 21$$

$$\text{А следовательно: } 1 + 2 + 4 \geq 7$$

$$7 \geq 7$$

рассмотрим
такое
значение суммы!

Я привел пример с минимальными значениями. Если брать числа больше, то у нас получится число больше 21 или больше 7 (зависит от того, какое неравенство мы рассматриваем значения). почему?

Рассуждаем:

Мы можем убедиться, что подставив какие минимальные значения, мы увидим, что получилось неравенство равное 21 и 7 (зависит от того, какое неравенство мы рассматриваем значения).

Сравним два неравенства:

$$1) a^2 + b^2 + c^2 \geq 21$$

$$2) a + b + c \geq 7$$

В первом неравенстве значения с левой стороны войдут в квадрат, а во втором неравенстве не войдут.

Также в первом мы можем убедиться, что 21 больше 7 в 3 раза. Также если сравнить те неравенства, где мы подставили числа, то увидим, что первое неравенство больше второго в 3 раза, поэтому если в первом неравенстве ≥ 21 , то и второе будет ≥ 7 .

1. Уравнение $x^2 + y^2 = \frac{10}{3}xy$ мы можем сократить:

$$\frac{x^2 + y^2 - \frac{10}{3}xy}{xy} = 0$$

$$\frac{2 \cdot x + 9 \cdot y}{x \cdot y} = 10$$

$$x + y = \frac{10}{3}$$

перекрестно перемножаем!

Также x и y — это целые числа.

$$\text{Пусть } y = \frac{3}{2} \text{ тогда:}$$

$$x = \frac{10}{3} - \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{11}{6}$$

$$\frac{11}{6} + \frac{3}{2} = \frac{10}{3}$$

$x > y$ (по условию)

$$\frac{11}{6} > \frac{3}{2}$$

$$\text{Тогда: } \frac{x+y}{x-y} = \left(\frac{11}{6} + \frac{3}{2}\right) : \left(\frac{11}{6} - \frac{3}{2}\right) = \frac{10}{8} : \frac{2}{6} = \frac{10 \cdot 6}{8 \cdot 2} = \frac{15}{2}$$

$$= \frac{10}{8} \cdot \frac{6}{2} = 10$$

Ответ: 10

3. Можно преобразовать: $a_n = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^3} + \frac{1}{n^4}$

$$a_n = 1 + \frac{2}{n} - \frac{2}{n^3} + \frac{1}{n^4}$$

$$a_n = \frac{n^4 + 2n^3 - 2n - 1}{n^4}$$

$$a_n = \frac{n(n^3 + 2n^2 - 2) - 1}{n^4}$$

$$a_n = (n^3 + 2n^2 - 2 - \frac{1}{n}) \cdot n^4$$

$$a_n = n^7 + 2n^6 - 2n^4 - 1$$

$$a_n = n^6(n+2) - 1$$

4.8а) как p - любое ненулевое число, то пусть $p=6$?

$$x^2 + px - \frac{1}{2p^2} = 0$$

верно ли
для
любых p ?

$$x^2 + 6x - \frac{1}{1 \cdot 6^2} = 0$$

$$x^2 + 6x - \frac{1}{36} = 0 \quad a=1, b=6, c=-\frac{1}{36}$$

$$D = b^2 - 4ac = 36 - 4 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{1}{36}\right) = 54, D > 0$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 + \sqrt{54}}{2 \cdot 1} = \frac{-6 + \sqrt{54}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-6 - \sqrt{54}}{2 \cdot 1} = \frac{-6 - \sqrt{54}}{2}$$

Мы нашли значения x_1 и x_2 , теперь подставим их:

$$\left(\frac{-6 + \sqrt{54}}{2}\right)^4 + \left(\frac{-6 - \sqrt{54}}{2}\right)^4 \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$\frac{1679616 + 2916}{16} + \frac{1679616 - 2916}{16} \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$\frac{1679616 + 2916 + 1679616 - 2916}{16} \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$\frac{3359232}{16} \geq 2 + \sqrt{2}$$

$$209952 \geq 2 + \sqrt{2}$$

Мы доказали, что для любого ненулевого значения p справедливо неравенство $x^2 + px - \frac{1}{2p^2} \geq 0$.

Мы видим, что так есть значение p из p^2 , а значит, это есть даже отрицательное значение p войдет в область. То есть есть одно общее положительное значение p , и если мы будем p многократно решать.



Открытая региональная
межвузовская олимпиада

Общий балл

Дата

Ф.И.О. Жюри

Подпись

Шифр

и находим два корня через дискриминант: $b^2 = 4ac$, то
значит r^2 в том случае будет значением b^2 которое
образуется в квадрате а также может если оно отрицательное
то для образования в квадрате также может появиться

Если бы $r = 0$, то значение бы приняло вид:

$$x_1^4 + x_2^4 \leq 2 + 2\sqrt{2}$$

Таким образом, мы доказали, что для корней $x^2 +$
 $+ rx - \frac{1}{2r^2}$ и любого ненулевого значения r выполняется
неравенство $x_1^4 + x_2^4 \geq 2 + 2\sqrt{2}$