

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
705 (семьдесят)	26.03.2022	Лемин А.В.	Лемин А.В.

Задача № 2

За 10 минут через оривентр пройдет объем воздуха, равный:

$$V = Pt = 120 \cdot \frac{1}{6} = 20 \text{ м}^3 \quad + (2)$$

Каждый килограмм этого объема воздуха с помощью уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow m_b = \frac{pVM}{RT} \quad + (2)$$

Если в одном килограмме атмосферного воздуха содержится $41,5 \cdot 10^{-9}$ кг вредных примесей, то в данном объеме их масса составит:

$$m_z = m_b \cdot 41,5 \cdot 10^{-9} = \frac{pVM}{RT} \cdot 41,5 \cdot 10^{-9} \quad + (2)$$

Из него оривентр уловит:

$$m_{pr} = m_z \cdot 0,85 = \frac{pVM}{RT} \cdot 41,5 \cdot 10^{-9} \cdot 0,85 \quad + (2)$$

Каждый объем одной частицы углекислоты:

$$V_{ч} = (0,7 \cdot 10^{-6})^3 = 0,343 \cdot 10^{-18} \text{ м}^3 \quad + (2)$$

Масса одной частицы:

$$m_{ч} = \rho_{\text{уг}} \cdot V_{ч} = 0,343 \cdot 10^{-18} \cdot 1500 = 5,145 \cdot 10^{-16} \text{ кг} \quad + (2)$$

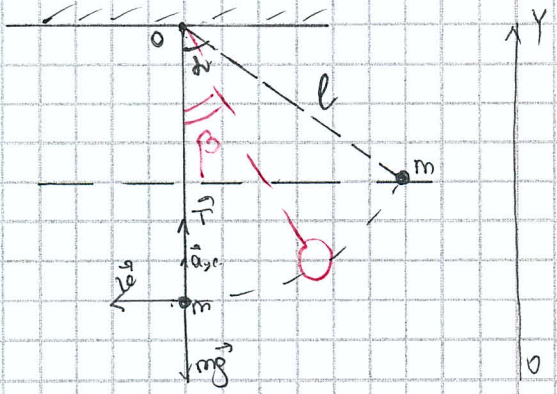
Число частиц за 10 минут работы равно:

$$N = \frac{m_{pr}}{m_{ч}} = \frac{pVM \cdot 41,5 \cdot 10^{-9} \cdot 0,85}{RT \cdot 5,145 \cdot 10^{-16}} = \frac{105 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 29 \cdot 10^{-3} \cdot 41,5 \cdot 10^{-9} \cdot 0,85}{8,31 \cdot 290 \cdot 5,145 \cdot 10^{-16}} \approx 173,26 \cdot 10^7 \quad (3)$$

Ответ: $N = 173,26 \cdot 10^7$

155

Задача №1



Во время прохождения через ~~э~~ положение равновесия на груз действуют сила тяжести и сила натяжения нити, груз получает центростремительное ускорение.

Ор: масса = $T - mg$

$$T = m a_{цс} + mg = m \frac{v^2}{l} + mg \quad (1)$$

Найдём скорость груза из закона сохранения энергии.

$$\frac{mv^2}{2} = mg(l - l \cos \alpha) \quad \text{— начальное угловое положение } \neq 90^\circ$$

$$v^2 = 2gl(1 - \cos \alpha) \quad (2)$$

(2) → (1)

$$T = 2mg(1 - \cos \alpha) + mg = mg(3 - 2 \cos \alpha)$$

Ответ: $T = mg(3 - 2 \cos \alpha)$

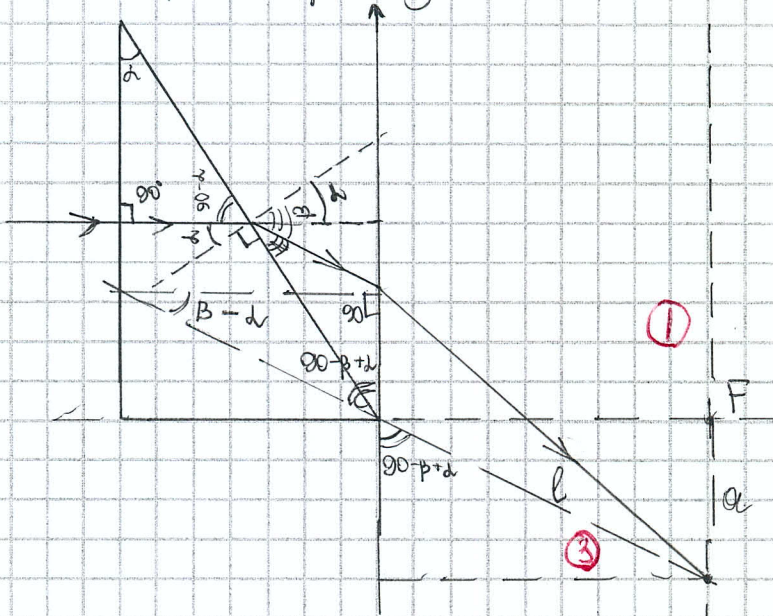
25

$T = f$ (текущее значение угла отклонения, а не начального)

$$T = f(\beta) = ?$$

Задача №3

Рассмотрим прохождения света через тонкую призму и линзу.



$$n_1 = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n_1} = \frac{0,5}{1,5} = \frac{1}{3} \Rightarrow \beta = \arcsin \frac{1}{3} \approx 19,5^\circ$$

$$n_1 = \frac{\sin \beta_1}{\sin \alpha} \Rightarrow \sin \beta_1 = \sin \alpha \cdot n_1 = 0,5 \cdot 1,5 = 0,75 \Rightarrow \beta_1 = \arcsin 0,75 \approx 48,6^\circ$$

$$\sin(90 - \beta_1 + \alpha) = 0,01 \Rightarrow l = \frac{0,01}{\sin 71,4} = \frac{0,01}{0,948} = 0,01055 \text{ м}$$

$$a_1 = l \cos(90 - \beta_1 + \alpha) = 0,01055 \cdot \cos 71,4 = 0,00337 \text{ м}$$

$$a_2 = 0,01 - 0,00337 \approx 0,00663$$

$$\tan(90 - \beta_2 + \alpha) = \frac{a_2}{F} = \frac{0,00663}{0,01} = 0,663$$

$$\arctg 0,663 = 90 - \beta_2 + \alpha = 33,5^\circ$$

$$\beta_2 = 90 + \alpha - 33,5^\circ = 86,5^\circ$$

$$\beta_2 = \alpha + 33,5^\circ!$$

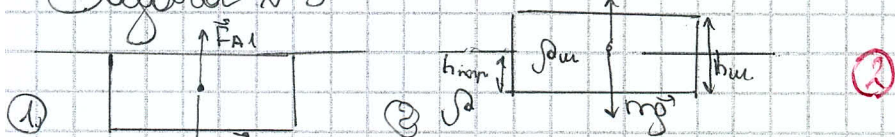
$$\sin \beta_2 = \sin 86,5 = 0,998$$

$$n_2 = \frac{\sin \beta_2}{\sin \alpha} = \frac{0,998}{0,5} = 1,996 \approx 2$$

$$\text{Ответ: } n_2 \approx 2$$

12

Высота ~ 5



$E_n = \max = E_{n\max}$ — наименьшее равновесие

В наименьшем равновесии сила Архимеда уравновесит всю силу тяжести.

$$F_A = F_T \Rightarrow \rho_{\text{ж}} \rho g V = \rho_{\text{ш}} V_{\text{ш}} g \quad + \quad (2)$$

$$\rho h_{\text{нор}} R^2 \pi = \rho_{\text{ш}} h_{\text{ш}} R^2 \pi$$

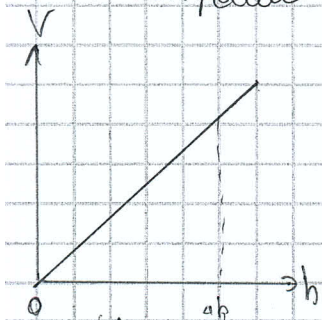
$$h_{\text{нор}} = \frac{\rho_{\text{ш}} h_{\text{ш}}}{\rho} \quad (2) \quad (3)$$

Потенциальная энергия равна работе силы Архимеда при переходе из (1) в (2):

$$E_n = F_A(h) \cdot \Delta h = \rho g V(h) \Delta h \quad + \quad (1)?$$

$$V(h) = \pi R^2 h$$

Построим график зависимости V от h



Условно из графика имеем: $\Delta V(h) \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \pi R^2 \Delta h^2 \quad + \quad (2)$

Подставим (2) в (1) и (3) в (1):

$$E_n = \frac{\rho g \pi R^2 \Delta h^2}{2} = \frac{1}{2} \rho g \pi R^2 (h_{\text{ш}} - h_{\text{нор}})^2 = \frac{1}{2} \rho g \pi R^2 \left(\frac{\rho_{\text{ш}} h_{\text{ш}}}{\rho} - \frac{\rho_{\text{ш}} h_{\text{ш}}}{\rho} \right)^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \rho g \pi R^2 h_{\text{ш}}^2 (\rho - \rho_{\text{ш}})^2 \quad +$$

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{R_1^2 h_1^2 (\rho - \rho_1)^2}{R_2^2 h_2^2 (\rho - \rho_2)^2} \quad (4)$$

Вычислим высоту шара:

$$\pi R^2 h \rho_{ш} = m$$

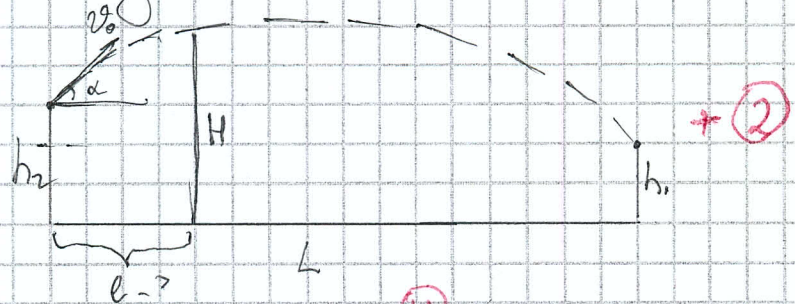
$$h = \frac{m}{\pi R^2 \rho_{ш}} \quad (5) \quad (4)$$

Подставим (5) в (4)

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\frac{m^2}{\pi^2 R_1^2 \rho_1^2} (\rho_1 - \rho_2)^2}{\frac{m^2}{\pi^2 R_2^2 \rho_2^2} (\rho_1 - \rho_2)^2} = \frac{R_2^2 \rho_2^2 (\rho_1 - \rho_2)^2}{R_1^2 \rho_1^2 (\rho_1 - \rho_2)^2} \quad (2)$$

Отсюда: $\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{R_2^2 \rho_2^2 (\rho_1 - \rho_2)^2}{R_1^2 \rho_1^2 (\rho_1 - \rho_2)^2} + 308$

Задача №4



$L = v_0 \cos \alpha \cdot t$ За это же время t_1

$H - h_2 = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g t^2}{2}$ (1) (4)

Время подъёма ступени:

$t_1 = \sqrt{\frac{2(H-h_2)}{g}}$? -

Время падения ступени:

$t_2 = \sqrt{\frac{2(H-h_1)}{g}}$ -

Полное время полёта:

$t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2(H-h_2)}{g}} + \sqrt{\frac{2(H-h_1)}{g}} = 0,5292 + 0,5477 = 1,0769 \text{ c}$ -

Тогда v_{0x} равно:

$v_{0x} = \frac{L}{t} = \frac{50}{1,0769} = 46,43 \text{ м/с}$ -

$v_0 = \frac{v_{0x}}{\cos \alpha} = 47,47 \text{ м/с}$ (2)

108