ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004482

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ

1.	Предмет	Орг. документы
2.	Вариант	Математика 11 класс Вариант 3 закл
3.	Класс	11
4.	Фамилия	З Ы К И Н А
	Имя	А Н А С Т А С И Я
	Отчество	М А К С И М О В Н А
5.	Дата рождения	1 7 (число) 0 5 (месяц) 2 0 0 3 (год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	Нижегородская обл
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	Город
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Нижний Новгород
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	ГБОУ "Лицей-интернат "Центр Одарённых детей""

Место для скобы

Шифр 004482

№ 1

$\frac{1}{x}$ — $\frac{1}{x^2+2021}$ $x-\frac{1}{x}$ $\frac{1}{x^2+2021}-\frac{1}{x}$

Пусть $\frac{1}{x}=a$, $x=c$, $\frac{1}{x^2+2021}=в$

Представим, что все три числа целые

$a-в$ $c-a$ $в-a$

a, в - либо целые, либо после запятой идёт „5" (что есть целое число + половина), т.к. выражение $(a-в)$ и $(в-a)$ дают целое число

Значит „c" тоже либо целое, либо после запятой идёт „5"

$\frac{1}{x^2+2021}$ не может быть числом, у которого запятой стоит „5", ~~и~~ должно быть целым, чего быть не может. Ответ: нет

4б

Недост. обосн.

Итого: 21б

1	2	3	4	5
4	6	0	5	6

Место для скобы

№4

Шифр 004482

$$\sqrt[3]{2020^4}\,x = a$$

$$x^3 = b$$

$$\frac{b}{m+a} \le \frac{3}{2} - \frac{m}{b+a} - \frac{a}{m+b}$$

$$\frac{b}{m+a} + \frac{m}{b+a} + \frac{a}{m+b} \le \frac{3}{2}$$

Решением будет исход при $a=b=m$, исключая 0, т.к. тогда в знаменателе будет 0, но во всех остальных случаях выражение будет больше $\frac{3}{2}$!), то есть решением будет $\sqrt[3]{2020^4}\,x = x^3 = m$

Найдем решения нер-ва

~~2020~~ $\sqrt[3]{2020^4}\,x = x^3$ (0 - не является корнем

$$\sqrt[3]{2020^4} = x^2$$

$$x = \pm\sqrt[3]{2020^2} = \pm 2020^{\frac{2}{3}}$$

Положит. решение: $x = 2020^{\frac{2}{3}} \Rightarrow m = 2020^2$

Недост. обоснование

5 б

Место для скобы

№5

Шифр 004482

Пусть PA_1 ($\perp$ на BC) $= x$, $PB_1 = y$, $PC_1 = z$

$AB \cdot z + BC \cdot x + AC \cdot y = 2S_{APB} + 2S_{APC} + 2S_{BPC} =$
$= 2S_{ABC}$

Тогда $\left(\frac{AB}{z} + \frac{BC}{x} + \frac{AC}{y}\right) \cdot 2S_{ABC} =$
$= \left(\frac{AB}{z} + \frac{BC}{x} + \frac{AC}{y}\right)(AB \cdot z + BC \cdot x + AC \cdot y)$
$= AB^2 + BC^2 + AC^2 + AB \cdot BC\left(\frac{x}{z} + \frac{z}{x}\right) +$
$+ AB \cdot AC\left(\frac{y}{z} + \frac{z}{y}\right) + BC \cdot AC\left(\frac{y}{x} + \frac{x}{z}\right) \geq$
$\geq a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

и равенство тут достигается, если $x = y = z$, то есть P-центр вписаной ок-ти

Нет пояснений по ~~[illegible]~~ обозначениям 6б

Место для скобы

№2

$$\sin(2x)+\sin^5(2x)+2020\sin^9(2x)=\cos(4x)+\cos^5(4x)+2020\cos^9(4x)$$

Обозначим $f(x)=\sin(2x)+\sin^5(2x)+2020\sin^9(2x)$

$g(x)=\cos(4x)+\cos^5(4x)+2020\cos^9(4x)$

Очевидно, что $T_f=\pi$, $T_g=\frac{\pi}{2}$. Рассмотрим поведение функций на отрезках $[0;\frac{\pi}{4}]$, $[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}]$, $[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4}]$, $[\frac{3\pi}{4};\pi]$

1) $x\in[0;\frac{\pi}{4}] \Rightarrow f(x)$ монотонно $\nearrow$ от 0 до 2022

$g(x)$ монотонно $\searrow$ от 2022 до -2022

2) $x\in[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}] \to f(x)$ - монотонно $\searrow$ от 2022 до 0

$g(x)$ - монотонно $\nearrow$ от -2022 до 2022

3) $x\in[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4}] \Rightarrow f(x)$ - монотон $\searrow$ от 0 до -2022

$g(x)$ монотон $\searrow$ от 2022 до -2022

4) $x\in[\frac{3\pi}{4};\pi] \Rightarrow f(x)$ - монотон $\nearrow$ от -2022 до 0

$g(x)$ - мон $\nearrow$ от -2022 до 2022

Продолжение на странице 5

Место для скобы

Шифр

Продолжение №2

Отсюда видно, что корнем является число $\frac{3\pi}{4}$ и еще два корня периода $f(x)$ находятся в промежутках ~~Ахх~~ $x \in [0; \frac{\pi}{4}]$ и $x \in [\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}]$ в силу разных монотонностей функций $g(x)$ и $f(x)$

Пусть $x = \frac{\pi}{12} \Rightarrow f(\frac{\pi}{12}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^5} + \frac{2020}{2^9} \Rightarrow f(\frac{\pi}{12}) = g(\frac{\pi}{12})$

$$g(\frac{\pi}{12}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^5} + \frac{2020}{2^9}$$

Пусть $x = \frac{5\pi}{12} \Rightarrow f(\frac{5\pi}{12}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^5} + \frac{2020}{2^9} \Rightarrow f($

$$g(\frac{5\pi}{12}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^5} + \frac{2020}{2^9}$$

т.к. период $T_f = \pi$, то окончательный ответ:

$$\left[\begin{array}{l} x = \pi n + \frac{3\pi}{4} \\ x = \pi n + \frac{\pi}{12} \\ x = \pi n + \frac{5\pi}{12} \end{array}\right. \quad n \in \mathbb{Z}$$

6 б