

скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА
ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

003512

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика																		
2.	Вариант	1																		
3.	Класс	9В																		
4.	Фамилия	З	у	б	и	н														
	Имя	Д	а	и	и	л														
	Отчество	Д	и	т	р	и	е	в	и	ч										
5.	Дата рождения	1	6					0	5					2	0	0	5			
		Число		Месяц		Год														
6.	Страна	Российская Федерация																		
7.	Регион (пр: Томская обл., Алтайский край)	респ. Бурятия																		
8.	Вид муниципального образования (пр: село, город, пгт, деревня)	город																		
9.	Населенный пункт (пр: Томск, Кемерово, Псков)	Северобайкальск																		
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МАОУ СОШ №11																		

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e-mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись



Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
210	3.04.21	Тендринце И.В.	

$$1. \frac{2(a^4b + ab^4)}{a^2 - ab + b^2} - \frac{(b^4 - a^4)(b+a)}{a^2 - b^2}$$

при $a = -1,4 \dots 44$,
 $b = -1,5 \dots 55,6$

Решение:

$$a = -1,4 \dots 44, = -1,4 \dots 444$$

Упростим:

$$\frac{2ab(a^3 + b^3)}{a^2 - ab + b^2} + \frac{(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)(a+b)}{(a^2 - b^2)} =$$

$$= \frac{2ab(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{(a^2 - ab + b^2)} + (a^2 + b^2)(a+b) =$$

$$= 2ab(a+b) + (a^2 + b^2)(a+b) = (a+b)(2ab + a^2 + b^2) =$$

$$= (a+b)(a+b)^2 = (a+b)^3$$

Подставим:

$$(-1,4 \dots 444 + (-1,5 \dots 55,6))^3 = (-3)^3 = -27$$

Ответ: -27. ✓

1	2	3	4	5
7	0	7	7	0

3.

$$y = x^2 + ax + b$$

$$y = x^2 + cx + d$$

общая точка (1; 1)

Возможно ли, чтобы $a^{2021} + d^{2020} = c^{2020} - b^{2021}$?

Подставим точку (1; 1) вместо x, y

$$\begin{cases} 1 = 1^2 + a + b \\ 1 = 1^2 + c + d \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 0 \\ c + d = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -a \\ d = -c \end{cases}$$

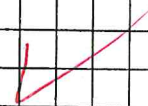
тогда: $a^{2021} + (-c)^{2020} = a^{2021} + c^{2020}$

$c^{2020} - (-a)^{2021} = c^{2020} + a^{2021}$

$\Rightarrow a^{2021} + d^{2020} = c^{2020} - b^{2021}$

75

Ответ: нет, не возможно.



4. Доказать, что

$$a^4 + b^4 + c^4 \geq a^2bc + b^2ac + c^2ab$$

Рассмотрим то

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$$

$$(a^2)^2 + (b^2)^2 + (c^2)^2 \geq (a^2b)^2 + (b^2c)^2 + (c^2a)^2$$

$$a^4 + b^4 + c^4 \geq (ab)^2 + (bc)^2 + (ca)^2$$

рассмотрим правую часть

$$(ab)^2 + (bc)^2 + (ca)^2 \geq a^2bc + b^2ac + c^2ab$$

следовательно

$$a^4 + b^4 + c^4 \geq a^2bc + b^2ac + c^2ab$$

ч.т.д.

представим числа $a=1$ $b=2$ $c=3$ получим

$$1^4 + 2^4 + 3^4 \geq 1^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 1 + 3^2 \cdot 1$$

$$1 + 16 + 81 \geq 36 \quad \text{ч.т.д.}$$

75