Место для скобы

ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

004045

Шифр

ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
заключительного этапа

1.	Предмет	Математика
2.	Вариант	1
3.	Класс	9
4.	Фамилия	ЗИНОВЬЕВ
	Имя	АЛЕКСЕЙ
	Отчество	ИГОРЕВИЧ
5.	Дата рождения	09 (Число) 11 (Месяц) 2004 (Год)
6.	Страна	Россия
7.	Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)*	Томская область
8.	Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)*	город
9.	Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Псков)*	Томск
10.	Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь	МАОУ лицей №8 им. Н.Н. Рукавишникова

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

Личная подпись ____________

Место для скобы

Шифр 004045

Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
27 б	4.04.21	Гендрина И.Ю.	

№1.

$$\frac{2(a^4b+ab^4)}{a^2-ab+b^2}-\frac{(b^4-a^4)(b+a)}{a^2-b^2}=\frac{2ab(a^3+b^3)}{a^2-ab+b^2}+\frac{(a^4-b^4)(a+b)}{a^2-b^2}=$$

$$=\frac{2ab(a+b)\cancel{(a^2-ab+b^2)}}{\cancel{a^2-ab+b^2}}+\frac{\cancel{(a^2-b^2)}(a^2+b^2)(a+b)}{\cancel{a^2-b^2}}=$$

$$=2ab(a+b)+(a^2+b^2)(a+b)=2a^2b+2ab^2+a^3+a^2b+ab^2+b^3=$$

$$=a^3+b^3+3a^2b+3ab^2=a^3+b^3+3ab(a+b)=$$

$$=(a+b)(a^2-ab+b^2)+3ab(a+b)=(a+b)(a^2-ab+b^2+3ab)=$$

$$=(a+b)(a^2+2ab+b^2)=(a+b)(a+b)^2=(a+b)^3, \text{ если}$$

$a=-1,\underbrace{4\ldots44}_{2021}$; $b=-1,\underbrace{5\ldots55}_{2020}6$, то $a+b=-3$

7 б

$\Rightarrow (a+b)^3=(-3)^3=-27$

Ответ: -27.

1	2	3	4	5
7	5	7	1	7

№2.

5 б

$$\begin{cases} x^2+2y^2-2yz=100 \\ 2xy-z^2=100 \end{cases}$$

$x^2+2y^2-2yz+2xy-z^2=200$

$x^2+2xy+y^2+y^2-2yz-z^2=200$

$(x+y)^2-(y^2+2yz+z^2)+2y^2=200$

$(x+y)^2-(y+z)^2+2y^2=200$

$(x+y)^2+(y^2-2yz+z^2)-2z^2=200$

$(x+y)^2+(y-z)^2-2z^2=200$

продолжение см. на 2 стр.

Место для скобы

Шифр 004045

№2 - продолжение.

$(x+y)^2-(y+z)^2+2y^2=(x+y)^2+(y-z)^2-2z^2$

$2y^2+2z^2=(y-z)^2+(y+z)^2$

$(x+y)^2+(y-z)^2-2z^2=200$

$200=225-25=100+100=196+2\cdot4-4$

квадраты чисел

$\Rightarrow -2z^2=0$

$(x+y)^2+y^2=200$ – не может быть

$(x+y)^2-(y+z)^2+2y^2=200$

$\underset{225}{\parallel}\quad\underset{25}{\parallel}\quad\underset{0}{\parallel}$

$x^2-z^2=200$

$\left[\begin{array}{l}x=15\\x=-15\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}z=5\\z=-5\end{array}\right.$

$\Rightarrow(15;0;5);(15;0;-5);(-15;0;5);(-15;0;-5)$ – ~~решения~~; но $y\neq0$, т.к.

$2\cdot x\cdot0-z^2=100$

$-z^2=100$ – не может быть; также $x\neq0$; если $z=0$, то

$\begin{cases}x^2+2y^2=100\\2xy=100\end{cases}$ $x=\frac{50}{y}$; $\frac{2500}{y^2}+2y^2=100\ |\cdot y^2$; $\frac{2y^4-100y^2+2500}{y^2}=0$

$y\neq0$

$y^4-100y^2+2500=0$

$a=2$; $b=-100$; $c=2500$

$D/4=\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac=2500-5000<0\Rightarrow\varnothing$; $\Rightarrow z\neq0$

200 = 289 + 32 − 121

$(x+y)^2=289$

$(y+z)^2=121$

$2y^2=16$

$\left[\begin{array}{l}y=4\\y=-4\end{array}\right.$

$(4+z)^2=121$ $\quad(-4+z)^2=121$

$\left[\begin{array}{l}z=7\\z=-15\end{array}\right.$ $\quad\left[\begin{array}{l}z=15\\z=-7\end{array}\right.$

$(x+4)^2=289$ $\quad(x-4)^2=289$

$\left[\begin{array}{l}x=13\\x=-21\end{array}\right.$ $\quad\left[\begin{array}{l}x=-13\\x=21\end{array}\right.$

решения: $(13;4;7)$; $(13;4;-15)$; $(-21;4;7)$; $(-21;4;-15)$; $(-13;-4;15)$; $(-13;-4;-7)$; $(21;-4;15)$; $(21;-4;-7)$

$200=196-4+2\cdot4$

$(x+y)^2=196$; $(y+z)^2=4$; $2y^2=8$; $y^2=4$ $\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y=2\\y=-2\end{array}\right.$

$(2+z)^2=4$

$z=0$ – не подх.

$(-2+z)^2=2^2$; $z=4$

$z=-6$

$(x-2)^2=196$ (при $y=-2$) $\quad x=11$; $x=-15$

$x=15$; $x=-11$

$\Rightarrow(15;-2;4)$ – решение системы; $(-11;-2;4)$; $(11;2;-6)$; $(-15;2;-6)$

Ответ: $(15;-2;4)$; $(-11;-2;4)$; $(11;2;-6)$; $(-15;2;-6)$; $(13;4;7)$; $(13;4;-15)$; $(-21;4;7)$; $(-21;4;-15)$; $(-13;-4;15)$; $(-13;-4;-7)$; $(21;-4;15)$; $(21;-4;-7)$.

Ответ неверный: при подстановке не получается равенство

Место для скобы

№3.

Шифр 004045

$y=x^2+ax+b$ и $y=x^2+cx+d$ имеют общую $(\cdot)(1;1)$

$\Rightarrow \begin{cases} 1=1+a+b \\ 1=1+c+d \end{cases}$

$a+b=0 \Rightarrow a=-b$

$c+d=0 \Rightarrow c=-d$

$a^{2021}+d^{2020}>c^{2020}-b^{2021}$

$a^{2021}+b^{2021}>c^{2020}-d^{2020}$

$(-b)^{2021}+b^{2021}>(-d)^{2020}-d^{2020}$

$-b^{2021}+b^{2021}>d^{2020}-d^{2020}$

$0 \not> 0$

$\Rightarrow$ невозможно, т.к. 0 не больше 0.

Ответ: невозможно.

7 б

№5.

Дано:

$\triangle ABC$

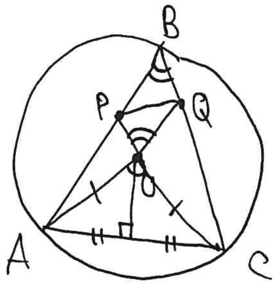
$(\cdot)P \in AB$

$(\cdot)Q \in BC$

$\angle AOC = 2\angle POQ$

$P_{PBQ} < AC$ -?

Решение:



$\angle AOC$ – цент., опир. на дугу AC;

$\angle ABC$ – впис., опир. на дугу AC

$\Rightarrow \angle AOC = 2\angle ABC$

$\Rightarrow \angle ABC = \angle POQ$

$\angle PBQ = 0{,}5\angle AOC$; $\Rightarrow AC = 2PQ$

$P_{PBQ} = PQ + PB + BQ$

$PB + BQ > PQ$ (по св-ву $\triangle$)

$\Rightarrow PB + BQ + PQ\,(P_{PBQ}) > AC$ ▨

7 б

Место для скобы

Шифр

№4.

$a^4+b^4+c^4 \geqslant a^2bc+b^2ac+c^2ab$

$a^4+b^4+c^4-a^2bc-b^2ac-c^2ab \geqslant 0 \quad |\cdot 2$

$a^4+b^4+c^4-2a^2bc-2b^2ac-2c^2ab+a^4+b^4+c^4 \geqslant 0$

$\underset{\geqslant 0}{a^2}(a^2-2bc)+\underset{\geqslant 0}{b^2}(b^2-2ac)+\underset{\geqslant 0}{c^2}(c^2-2ab)+\underset{\geqslant 0}{a^4}+\underset{\geqslant 0}{b^4}+\underset{\geqslant 0}{c^4} \geqslant 0$

$a^4+b^4+c^4-abc(a+b+c) \geqslant 0$

$a^4+b^4+c^4-a^2bc-b^2ac-c^2ab \geqslant 0 \quad |\cdot(abc)$

$a^5bc+b^5ac+c^5ba-a^3b^2c^2-a^2b^3c^2-a^2b^2c^3 \geqslant 0$

1 б