Место для скобы

019524

**Шифр**

# ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ «ОРМО»

## ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ
**заключительного этапа**

| | | |
|---|---|---|
| 1. | Предмет | МАТЕМАТИКА |
| 2. | Вариант | 1 |
| 3. | Класс | 11 |
| 4. | Фамилия | ЖУКОВ |
| | Имя | ДМИТРИЙ |
| | Отчество | ВАЛЕРЬЕВИЧ |
| 5. | Дата рождения | 01 (Число) 04 (Месяц) 2002 (Год) |
| 6. | Регион *(пр: Томская обл., Алтайский край)* | ТОМСКАЯ ОБЛАСТЬ |
| 7. | Вид муниципального образования *(пр: село, город, пгт, деревня)* | СЕЛО |
| 8. | Населенный пункт *(пр: Томск, Кемерово, Асино)* | БАКЧАР |
| 9. | Полное наименование образовательного учреждения, в котором Вы обучаетесь | МБОУ „БАКЧАРСКАЯ СОШ“ |

Даю согласие на обработку моих персональных данных и информирование меня посредством sms и e–mail о моих результатах и всех дальнейших мероприятиях, связанных с олимпиадой

*Личная подпись* ______

| | | |
|---|---|---|
| 10. | Контактный телефон | +79539236990 |
| 11. | e- mail | dmitryzhukov2002 |
| 12. | Профиль в вк | https://vk.com/ lamno4ka |
| 13. | **Документ, удостоверяющий личность** | 6915 (серия) 690383 (номер)<br>ТП УФМС по ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ В БАКЧАРСКОМ<br>кем и когда выдан<br>РАЙОНЕ 11.04.2016<br>кем и когда выдан |
| 14. | Из числа лиц с ограниченными возможностями по здоровью (инвалид) (**да/нет**) | НЕТ |
| 15. | Сирота (**да/нет**) | НЕТ |
| 16. | Победитель или призер олимпиады прошлого года (**да/нет**) | ДА |

Место для скобы

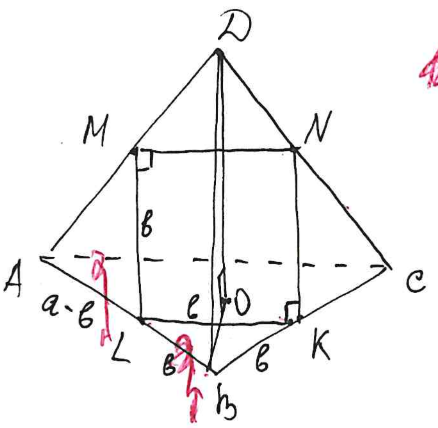
**Шифр** 019524

**Открытая региональная межвузовская олимпиада вузов Томской области (ОРМО)**

| Общий балл | Дата | Ф.И.О. членов жюри | Подписи членов жюри |
|---|---|---|---|
| 15 | 11.03.20 | Корженкова Е.Е. | [signature] |

Вариант 1

Задача 5




Построим сечение $MNLK$ – квадрат так, что

$$\left.\begin{array}{l} LK \parallel AC \text{ и } MN \parallel AC \\ ML \parallel DB \text{ и } NK \parallel DB \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} LK \parallel MN \text{ и } LK = MN \\ ML \parallel NK \text{ и } ML = NK \end{array}$$

?

Объем правильной треугольной пирамиды найдем: $V_{пир} = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot h = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot OD$

$S_{осн} = S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, т.к. $AB = AC = BC = a$

Найдем $OD = \sqrt{DB^2 - OB^2}$, где $OB = r$ – радиус описанной окружности вокруг правильного треугольника $\Rightarrow OB = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Найдем $BL = в$, т.к. $LK \parallel AC$ в $\triangle ABC$ – правильный $\Rightarrow \triangle LKB$ – правильный $\Rightarrow LK = BK = BL = в$, тогда $AL = AB - BL = a - в$

Рассмотрим $\triangle ADB \sim \triangle ALM$

$$\left.\begin{cases} \angle A \text{ – общий} \\ ML \parallel DB \\ \angle AML = \angle ADB \ (ML \parallel DB \text{ и } AD \text{ – секущая}) \end{cases}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \frac{AL}{AB} = \frac{ML}{DB} \Rightarrow \frac{a-в}{a} = \frac{в}{DB} \Rightarrow DB = \frac{aв}{a-в}$, тогда

$$OD = \sqrt{\left(\frac{aв}{a-в}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{aв}{a-в}\right)^2 - \frac{a^2}{3}}$$

Отсюда $V_{пир} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot OD = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{\left(\frac{aв}{a-в}\right)^2 - \frac{a^2}{3}}$

Ответ: $\frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{12} \cdot \sqrt{\left(\frac{a \cdot в}{a-в}\right)^2 - \frac{a^2}{3}}$

F

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 7 | 1 | 3 | 4 | 15 |

) для
бы

Шифр 019524

Задача 4

Если выполняется неравенство $(1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{125}{216}$ при $a<1, b<1, c<1$ и $a+b+c \geq \frac{1}{2}$, то можно рассмотреть решение, что $a+b+c \geq \frac{1}{2}$ при $\underline{a=b=c}$ ?

$(1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{125}{216} \Rightarrow (1-a)(1-b)(1-c) \leq \frac{5^3}{6^3}$, т.е.

$\begin{cases} 1-a = \frac{5}{6} \\ 1-b = \frac{5}{6} \\ 1-c = \frac{5}{6} \end{cases}$ ? $\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{6} \\ b = \frac{1}{6} \\ c = \frac{1}{6} \end{cases}$ При этих значениях выполняется равенство:

$a+b+c \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\frac{1}{2}=\frac{1}{2}}$

Докажем, что других значений $a, b, c$ нет:

$\frac{(1-a)(1-b)(1-c)}{1} \leq \frac{125}{216}$, т.е. по каноническому разложению $125=5\cdot5\cdot5$, или же $125 = 1\cdot25\cdot5$.

Получается, что при этих значениях не выполняется условие, что $a<1, b<1, c<1$

$(1-a)(1-b)(1-c) = 5\cdot5\cdot5 = 1\cdot25\cdot5$, что не может быть по условию.

ч.т.д.

Ŧ

Шифр 019524

Задача 3

$2019\cdot\sqrt[3]{3,5x-2,5}+2018\cdot\log_2(3x-1)+m=2020$

Если $m=1$, то

$2019\cdot\sqrt[3]{3,5x-2,5}+2018\cdot\log_2(3x-1)=2019$

$2018\cdot\log_2(3x-1)=2019(1-\sqrt[3]{3,5x-2,5})$

$\log_2(3x-1)=2019$ или $1-\sqrt[3]{3,5x-2,5}=2018$ ??

$3x-1=2^{2019}$ $\quad\sqrt[3]{3,5x-2,5}=-2017$

$3x=2^{2019}+1$ $\quad 3,5x-2,5=(-2017)^3$

$x=\dfrac{2^{2019}+1}{3}$ $\quad x=\dfrac{-(2017)^3+2,5}{3,5}$ и что?

Если $m=2$, то

$2019\cdot\sqrt[3]{3,5x-2,5}+2018\cdot\log_2(3x-1)=2018$ ?

Аналогично

$\log_2(3x-1)=2018$ или $\sqrt[3]{3,5x-2,5}=2018$

$x=\dfrac{2^{2018}+1}{3}$ $\quad x=\dfrac{(+2018)^3+2,5}{3,5}$

Если $m=3$, то

$2019\sqrt[3]{3,5x-2,5}+2018\log_2(3x-1)=2017$ можно-то?

То есть при нарастании $m$ значение уменьшается, но не удовлетворяет промежутку $x\in[1;3]$

Возьмём значение $x=1 \Rightarrow 2019+2018+m=2020 \Rightarrow m=-2017$

Возьмём значение $x=3 \Rightarrow 2019\cdot2+2018\cdot3+m=2020 \Rightarrow m=-8072$

Это единственные значения, удовлетворяющие промежутку $x\in[1;3]$

Ответ: $-8072; -2017$

) для
5ы

Шифр 019524

Задача 2.

Пусть $n$ – время, потраченное ~~велосипедистом~~ пешеходом за 1км пути

$в$ – время, потраченное велосипедистом за 1км пути

$a$ – время, потраченное машиной за 1км пути

Составим систему:

$$\begin{cases} 2n + 3в + 20a = 1{,}1 \quad (1) \\ 5n + 8в + 30a = 2{,}4 \quad (2) \\ 4n + 5в + 80a = t \end{cases}$$

, где $t$ – искомое время. (3)

Вычтем из (2) удвоенное (1):

$5n + 8в + 30a - 2(2n + 3в + 20a) = 2{,}4 - 2 \cdot 1{,}1$

$n + 2в = 0{,}2 + 10a \Rightarrow \underline{n = 0{,}2 + 10a - 2в}$

Подставим в (1):

$2(0{,}2 + 10a - 2в) + 3в + 20a = 1{,}1$

$0{,}4 + 20a - 4в + 3в + 20a = 1{,}1$

$40a - 1 \cdot в = 0{,}7$

$\underline{в = 40a - 0{,}7}$

~~Подставим (n и в) в (3):~~

Отсюда $n = 0{,}2 + 10a - 2(40a - 0{,}7)$

$n = 0{,}2 + 10a - 80a + 1{,}4$

$\underline{n = 1{,}6 - 70a}$

Подставим ($n$ и $в$) в (3):

$4(1{,}6 - 70a) + 5(40a - 0{,}7) + 80a = t$

$6{,}4 - 280a + 200a - 3{,}5 + 80a = t$

$t = 2{,}9ч$

Ответ: 2 часа 54 минуты +

Шифр 19524

Задача 1

$(x-y)^2+(y-2\sqrt{x}+2)^2=\frac{1}{2}$

$(x-y)^2=\frac{1}{2}-(y-2\sqrt{x}+2)^2 \Rightarrow$ здесь $0\le(y-2\sqrt{x}+2)^2\le\frac{1}{2}$

Тогда если $(x-y)^2=0 \Rightarrow x=y$ ?

$(x-2\sqrt{x}+2)^2=\frac{1}{2}$

$x-2\sqrt{x}+2=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Замена: $\sqrt{x}=t,\ t\ge0$

$t^2-2t+2-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$

$t^2-2t+\frac{4-\sqrt{2}}{2}=0$

$D=4-4\left(\frac{4-\sqrt{2}}{2}\right)$

$t_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{4\left(1-\frac{4-\sqrt{2}}{2}\right)}}{2}=1\pm\sqrt{1-\frac{4-\sqrt{2}}{2}}=1\pm\sqrt{\frac{-2-\sqrt{2}}{2}}$

или

$x-2\sqrt{x}+2=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$t^2-2t+2+\frac{\sqrt{2}}{2}=0$

$t^2-2t+\frac{4+\sqrt{2}}{2}=0$

$D=4-4\left(\frac{4+\sqrt{2}}{2}\right)$

$t_{3,4}=\frac{2\pm\sqrt{4\left(1-\frac{4+\sqrt{2}}{2}\right)}}{2}=1\pm\sqrt{1-\frac{4+\sqrt{2}}{2}}=$

$=1\pm\sqrt{\frac{\sqrt{2}-2}{2}}$

? ~~Возврат $t_1=1+\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}-1}$ $t_2=1-\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}-1}$~~

$t_{1,2}$ – не уд. усл. $\sqrt{g(x)}\ge0,\ g(x)\ge0$

$t_{3,4}$ – не уд. усл. $\sqrt{g(x)}\ge0,\ g(x)\ge0$

~~$\Rightarrow \sqrt{x}=1+\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}-1}$ и $\sqrt{x}=1-\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{2}-1}$~~

Если $(y-2\sqrt{x}+2)^2=0$, то

$(x-y)^2=\frac{1}{2}$

$x-y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

$x=y+\frac{\sqrt{2}}{2};\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}-x$ или $x=y-\frac{\sqrt{2}}{2};\ y=x+\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-x-2\sqrt{x}+2\right)^2=0$ $\qquad$ $\left(x+\frac{\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{x}+2\right)^2=0$

$-x-2\sqrt{x}+2+\frac{\sqrt{2}}{2}=0$ $\qquad$ $x+\frac{\sqrt{2}}{2}+2-2\sqrt{x}=0$

см. на странице 7 продолжение

$-x-2\sqrt{x}+2+\frac{\sqrt{2}}{2}=0$ или $x-2\sqrt{x}+2+\frac{\sqrt{2}}{2}=0$

Замена: $t=\sqrt{x}, t\geq 0$

$-t^2-2t+\frac{4+\sqrt{2}}{2}=0$

$D=4+4\left(\frac{4+\sqrt{2}}{2}\right)=4+8+2\sqrt{2}=2(6+\sqrt{2})$

$\cancel{t_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{4\left(1-\frac{4+\sqrt{2}}{2}\right)}}{-2}=-1\pm\sqrt{\frac{\sqrt{2}-2}{2}}}$

$t_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{2(6+\sqrt{2})}}{-2}=-1\pm\frac{\sqrt{2(6+\sqrt{2})}}{-2}$

$t^2-2t+2+\frac{\sqrt{2}}{2}=0$

$D=2-4\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=2-8-2\sqrt{2}=-2(3+\sqrt{2})$

$D<0 \Rightarrow$ нет корней

$x\in\varnothing$

Возврат:

$t_1=-1-\frac{\sqrt{2(6+\sqrt{2})}}{2}$ или $t_2=-1+\frac{\sqrt{2(6+\sqrt{2})}}{2}$

$\sqrt{x}=-1-\frac{\sqrt{2(6+\sqrt{2})}}{2}$

$\sqrt{x}\geq 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x\in\varnothing$

$\sqrt{x}=-1+\frac{\sqrt{2(6+\sqrt{2})}}{2}$

$x=\left(\frac{\sqrt{2(6+\sqrt{2})}}{2}-1\right)^2=$

$=\frac{2(6+\sqrt{2})}{4}+1-\sqrt{2(6+\sqrt{2})}=1-\frac{3\sqrt{2(6+\sqrt{2})}}{4}$

Отсюда $y=1-\frac{3\sqrt{2(6+\sqrt{2})}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{2}=$

$=\frac{4-3\sqrt{2(6+\sqrt{2})}+2\sqrt{2}}{4}$

Ответ: $\left(\frac{4-3\sqrt{2(6-\sqrt{2})}}{4};\ \frac{4-3\sqrt{2(6+\sqrt{2})}+2\sqrt{2}}{4}\right)$